Vol.16 I Número 38 I 2024

Submetido em: 11/08/2023 Aceito em:06/11/2023 Publicado em: 22/01/2024

Conhecimento interpretativo de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais ao atribuírem significado a produções de alunos no contexto de abordagens alternativas ao algoritmo típico da subtração

Prospective Kindergarten and Primary teachers' interpretative knowledge in giving meaning to students non-usual approach to the "usual" subtraction algorithm

Conocimento de futuros professores de Infantil e Primaria para atribuir significado a produciones de alunos en el contexto de abordajes alternativas al algoritmo usual de la resta

Miguel Ribeiro [1]

https://doi.org/10.28998/2175-6600.2024v16n38pe16020

Resumo: O conhecimento do professor de matemática é considerado especializado e essa especialização no conhecimento matemático e pedagógico sustenta a prática matemática implementada. Buscando contribuir para que as discussões em sala de aula com os alunos assumam como ponto de partida o que estes conhecem da matemática que se pretende discutir e como a conhecem, torna-se essencial que o professor detenha um conhecimento que lhe permita "escutar o pensamento" matemático dos alunos e interpretar e atribuir significado às produções, raciocínios e formas de pensar dos alunos para possa, posteriormente, tomar as decisões pedagógicas de acordo com o objetivo de aprendizagens matemáticas definido. Esse é um conhecimento matemático especializado denominado de Conhecimento Interpretativo. Considerando o contexto da subtração, que é um dos tópicos em que os alunos apresentam dificuldades, além do fato de que esse Conhecimento Interpretativo não se desenvolve na prática, sendo requeridos contextos formativos com esse fito, foi desenhada e implementada uma Tarefa para a Formação, que serviu de instrumento de coleta de informações em um contexto formativo com 26 futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais. Os resultados revelaram que os futuros professores sabem encontrar a resposta para o problema para os alunos, mas uma quase exclusividade de uma interpretação avaliativa das produções de alunos, buscando uma correspondência com a sua própria forma de proceder em matemática e um uso de uma linguagem matemática de forma inadequada até para descrever os passos efetuados.

Palavras-chave: Conhecimento Interpretativo; MTSK; Subtração;Tarefas para a Formação; Anos Iniciais.

[1]Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Lattes: https://lattes.cnpq.br/2310444648354961. Orcid: https://orcid.org/0000-0003-3505-4431. Contato: cmribas78@gmail.com.

Abstract: The mathematics teacher's knowledge is considered specialized and this specialized mathematical and pedagogical knowledge sustains the mathematical practices. aiming to contribute for the discussions with students in the classroom to assume as a starting point what they know and how they know it about the mathematics that is intended to be discussed, it becomes essential for the teacher to be in possession of a knowledge allowing him to "listen to the student's thinking" and interpret and give meaning to their productions, reasoning and ways of thinking. This will allow to take the pedagogical decisions in accordance with the defined goal of mathematical learning. Such knowledge is mathematics specialized knowledge named Interpretive Knowledge. This Interpretive Knowledge is not developed in practice, requiring teacher education contexts with such a purpose. Considering the context of subtraction, which is one of the topics in which students have difficulties, a Task for Teacher Education has been conceptualized and implemented, which served as an instrument for data collection with 26 prospective kindergarten and primary teachers. The results revealed prospective teachers are able to find the answer to the problem for students, but reveal knowledge associated with an almost exclusivity of an evaluative interpretation of students' ways of thinking, seeking a correspondence with their own way of proceeding in mathematics and a use of a mathematical language inadequately even to describe the steps taken.

Keywords: Interpretative Knowledge. MTSK. Subtraction. Tasks for Teacher Education. Primary.

Resumen: El conocimiento del profesor se considera especializado, y dicha especialización se refiere al conocimiento matemático y pedagógico que sustenta la práctica matemática. Buscando contribuir para que las discusiones con los alumnos asuman como punto de partida lo que ellos conocen y como conocen de las matemáticas que se pretende discutir, se vuelve fundamental que el profesor tenga un conocimiento que le permita "escuchar el pensamiento" de los alumnos e interpretar y atribuir significado a sus producciones, razonamientos y formas de pensar para poder, posteriormente, tomar las decisiones pedagógicas de acuerdo con el objetivo del aprendizaje matemática definido. Este es un conocimiento matemático especializado llamado Conocimiento Interpretativo. Este conocimiento Interpretativo no se desarrolla en la práctica, requiriendo contextos formativos en ese objetivo e considerando el contexto de la resta, que es uno de los tópicos en los que los alumnos tienen dificultades, se diseñó e implementó una Tarea para la Formación, que sirvió como instrumento de recogida de información en un contexto formativo con 26 futuros profesores de Educación Infantil y Primaria. Los resultados revelaron que los futuros profesores saben encontrar la respuesta al problema de los estudiantes, pero una casi exclusividad de una interpretación evaluativa de las producciones de los alumnos, buscando una correspondencia con su propia manera de proceder en matemáticas y un uso inadecuado del lenguaje matemático, incluso para describir los pasos dados.

Palabras clave: Conocimiento Interpretativo. MTSK. Resta. Tareas para la Formación. Primaria.

1 INTRODUÇÃO

O tema dos Números e Operações é, usualmente, aquele que recebe maior atenção dos professores e dos recursos didáticos, prevalecendo o trabalho focado nas quatro operações básicas com os números naturais (e.g., MANDARINO, 2009; MENDONÇA et al., 2007). No entanto, esse foco de atenção e dedicação temporal não tem contribuído para que os alunos sejam detentores de um conhecimento numérico, e sequer de um conhecimento que lhes permita entender as operações (KAMII; DOMINICK, 1998).

De entre as operações, a subtração é aquela em que, tipicamente, os alunos revelam dificuldades iniciais (ver, por exemplo, Kamii, Lewis e Kirkland, 2001) quer seja no entendimento dos sentidos da operação (RIBEIRO, 2022) quer seja na compreensão dos passos envolvidos nos procedimentos do algoritmo (RIBEIRO; MENDES, 2008). Considerando a relação existente entre as dificuldades dos alunos e os seus resultados, e o conhecimento do professor (GROSSMAN, 2010; NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004), torna-se essencial passar a considerar – e a conhecer mais e melhor, o conteúdo desse conhecimento do professor – atual e futuro – para que possamos conceitualizar formas de desenvolver esse conhecimento e, por esse meio, melhorar a qualidade da prática e das discussões matemáticas com os alunos.

Esse conhecimento do professor pode ser considerado sob uma diversidade de perspectivas. Pode ser entendido desde uma visão associada às generalidades da prática do professor, sem considerar qualquer relação com a(s) área(s) de conhecimento que têm de abordar – com frequência associado aos saberes docentes (ver, por exemplo, Shulman, 1986; Tardif, 2002) até uma perspectiva que considera as especificidades da prática profissional do professor para abordar a(s) áreas de conhecimento que lhe competem e que, portanto se refere a um conhecimento especializado para essa prática profissional (BALL; THAMES; PHELS, 2008; CARRILLO et al., 2018; DAVIS; SIMMT, 2006; ROWLAND; HUCKSTEP; THWAITES, 2005). Assume-se aqui esta última perspectiva de considerar o conhecimento do professor como especializado e, nesse sentido, adoto duas perspectivas teóricas complementares: o Conhecimento Interpretativo e o *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*[2] – MTSK.

O Conhecimento Interpretativo – CI (DI MARTINO; MELLONE; RIBEIRO, 2020; JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014; MELLONE et al., 2020; RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2016) associa-se a uma prática profissional que assume a não imposição de uma forma específica de fazer matemática e de desenvolver o entendimento e formas de pensar matematicamente dos alunos. Corresponde a um conhecimento matemático especializado que sustenta uma prática interpretativa que se associa à atribuição de sentido e significado para as produções dos alunos para as diferentes questões matemáticas, podendo essas produções assumir diferentes registros de representação (DUVAL, 2006) quer sejam escritas, orais, pictóricas ou em linguagem natural. Esse conhecimento é requerido em situações que são não usuais para o professor, sejam corretas ou incorretas (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014; MELLONE et al., 2020) e sustenta a posterior tomada de decisões, feedback a fornecer e opções pedagógicas a implementar para que a prática seja, não apenas emocionante, mas essencialmente

[2] Optamos por utilizar a nomenclatura em inglês por esta já ser reconhecida internacionalmente e a tradução poder acarretar uma dessignificação, que se encontra associada a cada uma das dimensões da conceitualização.

matematicamente inovadora, por permitir fazer o que ainda não foi feito e que corresponde a possibilitar que os alunos efetivamente entendam matemática e a estrutura envolvida.

Considerando que o Conhecimento Interpretativo é um conhecimento matemático, a sua especialização sustenta-se, também, nas especificidades do conteúdo das dimensões matemáticas da conceitualização do MTSK (CARRILLO et al., 2018). Essa conceitualização assume que o nosso conhecimento enquanto professor é especializado tanto no âmbito do conhecimento matemático como do conhecimento pedagógico e essa especialização está associada a cada um dos temas e tópicos matemáticos que ensinamos ou que os alunos têm o direito de entender.

Esse conhecimento matemático especializado não se desenvolve na prática (DI MARTINO et al., 2017; RIBEIRO et al., 2013), demandando contextos formativos conceitualizados com esse intuito específico. Nesse processo formativo – e investigativo associado –, uma abordagem frequentemente utilizada para promover o desenvolvimento do conhecimento profissional dos (futuros) professores refere-se a considerar tarefas sustentadas na prática para serem discutidas na formação (e.g., SMITH, 2001) e, no caso do trabalho que desenvolvemos essas são denominadas de Tarefas para a Formação – TpF (RIBEIRO et al., 2021), sendo denominadas de Tarefas Interpretativas quando o objetivo específico se relaciona com o desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo. Por exemplo em Ribeiro et al., (2016) e Mellone, et al., (2020) apresenta-se um tipo de contexto particular para essas tarefas em que um conjunto de produções de alunos – corretas, incorretas e não usuais – são consideradas como o ponto de origem essencial para as discussões.

Considerando a centralidade desse conhecimento especializado e a prática interpretativa e procurando contribuir, de forma ativa e participativa para a melhoria da formação especializada de professores, de modo que promover práticas que assumam a posição e ponto de partida do outro como referência para as discussões matemáticas (ASENOVA; DEL ZOZZO; SANTI 2023; JAKOBSEN; MELLONE; RIBEIRO, 2022), torna-se fulcral desenvolver um mais amplo e profundo entendimento sobre o conteúdo desse conhecimento e de quais os elementos centrais que temos de considerar.

As tarefas matemáticas sustentam a prática matemática do professor e devem possibilitar uma atividade matemática frutífera (MASON; JOHNSTON-WILDER, 2006) e, portanto, a natureza, objetivo e foco da tarefa devem contribuir para desenvolver determinado tipo de conhecimento. Considerando que deveremos iniciar com uma abordagem sustentada na prática (SMITH, 2001), temos de levar em conta que o conhecimento do professor influencia a sua prática e esses argumentos influenciam a nossa própria conceitualização das tarefas para a Formação (ver, por exemplo, RIBEIRO, 2016).

Em trabalhos anteriores, investigamos o conhecimento interpretativo de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais no âmbito da Aritmética (por exemplo, Jakobsen et al., 2014), Medida (RIBEIRO; JAKOBSEN; MELLONE, 2022) e de futuros professores do Ensino Médio no âmbito das potências de 10 (JAKOBSEN et al., 2016). Uma vez que tarefas conceitualizadas tendo por base conhecimento que os professores podem usar em sua prática melhora o seu conhecimento profissional (HILL et al., 2004), uma das características das tarefas que desenvolvemos é a de focar tópicos matemáticos que os futuros professores terão de ensinar na sua prática futura, como é o caso da subtração. Aqui, o foco de atenção é o conhecimento interpretativo revelado por futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quando resolvem e atribuem sentido e significado a produções de alunos para uma questão envolvendo uma subtração.

Assim, aqui, em particular, persegue-se a seguinte questão: Que Conhecimento Interpretativo revelam futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais quando têm de interpretar produções de alunos recorrendo ao registro usual do algoritmo típico da subtração, mas envolvendo formas de pensar alternativas?

2 ALGUMAS DISCUSSÕES TEÓRICAS

Quando consideramos as operações envolvendo quantidades naturais, facilmente se identificam diversas dificuldades dos alunos em todas elas, sendo que aquela que primeiramente é apontada como sendo mais difícil é a subtração (FOSNOT; DOLK, 2001; KAMII et al., 2001). Essas dificuldades associam-se, obviamente, às formas e focos do ensino que, ao se sustentar em uma abordagem que prioriza as técnicas e ensino dos passos a desenvolver sem entendimento, mesmo que utilizando recursos (externos aos alunos como sejam recursos manipulativos ou os dedos), não ocorre de forma a que seja possível navegar frutiferamente entre esses distintos registros de representação e, portanto, os alunos não atribuem sentido nem significado ao que fazem (FAUSTINO; PASSOS, 2013; RIBEIRO, 2011). Isso leva a um conjunto de passos sem significado e frequentemente sem relação com o Sentido de Número (BROCARDO; SERRAZINA;

ROCHA, 2013) e sem permitir atribuir significado à verbalização que se emprega dependendo do sentido da operação envolvido (RIBEIRO, 2021, 2022).

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) que, embora não seja um documento que nos sirva de referência teórica, é o documento oficial que nos informa sobre o que é esperado que os alunos "saibam fazer", e inclusive aponta a necessidade de não se restringir o ensino das operações aos algoritmos, incluindo estratégias de cálculo mental. Torna explícita também a importância do desenvolvimento do entendimento dos sentidos das operações, o que, no caso da subtração (consideremos o exemplo de 51 – 17 = 34) refere-se a conhecer que, o resultado de uma subtração é sempre o mesmo (34), mas que o fato de esse resultado poder assumir três nomenclaturas (resto, excesso e diferença) essa diversidade se associa às diferentes formas de entender a subtração em diferentes contextos e associadas a diferentes formas de verbalização (RIBEIRO, 2021). São, assim, os contextos e a verbalização associada que permitem atribuir significado a cada um dos sentidos da subtração – **retirar** (temos uma quantidade inicial (51) e "perdemos" uma determinada quantidade (17) e pretendemos determinar com que quantidade ficamos (34)); **completar** (temos uma determinada quantidade (17) e queremos determinar quanto nos falta (34) para termos outra quantidade maior (51)); **comparar** (RIBEIRO, 2021).

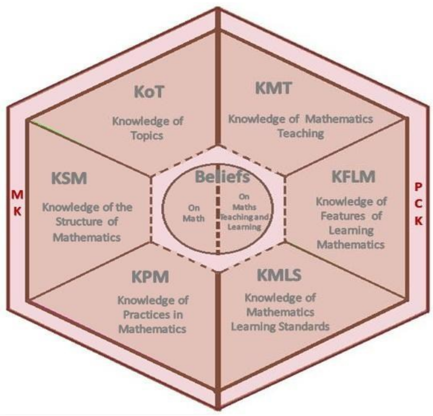
Notemos que consideramos sentidos da operação e não seus significados por uma questão de coerência interna, pois se as operações (entre quantidades) envolvem números e consideramos o Sentido de Números, então fica óbvia a necessidade de manter a mesma estrutura matemática ao longo do tempo e da complexificação dos temas e tópicos. Entender estes sentidos demanda também, em contexto de algoritmos, uma verbalização coerente com a forma como se entende a subtração e a necessidade de que sejamos conscientes e conhecedores das diferenças implícitas na verbalização que se efetua (por exemplo, a distinção entre retirar o menor do maior, ou o perguntar quanto falta ao menor para obter o maior).

A grande maioria de pesquisa com foco nos Números e Operações têm tido como foco os alunos, as suas formas de fazer e o seu conhecimento (HIEBERT; WEARNE, 1993; KAMII; DOMINICK, 1998). No entanto, o conhecimento do professor é um dos fatores que mais interfere nos resultados dos alunos (ver, por exemplo, Nye et al., 2004) e, portanto, se, enquanto pesquisadores no âmbito da formação de professores de matemática, temos por intuito contribuir para a melhoria da prática do professor e consequentes aprendizagens e resultados os alunos, torna-se essencial reverter essa situação e efetuar discussões com foco nas especificidades do conhecimento do professor que vão impactar as discussões matemáticas com os alunos. Aqui, deixo de lado as discussões das generalidades e assumo, de partida, as especificidades do conhecimento matemático do professor na perspectiva do MTSK.

O *Mathematics Teachers´ Specialised Knowledge* – MTSK (CARRILLO et al., 2018) considera dois subdomínios de conhecimento – conhecimento matemático e conhecimento pedagógico – e um domínio de crenças que está interrelacionado com o conhecimento e, em conjunto, impactam a prática do professor.

Pela discussão que se efetua associada ao Conhecimento Interpretativo (JAKOBSEN et al., 2014; DI MARTINO, MELLONE; RIBEIRO, 2020), por este ser um conhecimento matemático especializado, aqui discuto somente o conteúdo de cada um dos subdomínios do conhecimento matemático especializado e que se referem ao *Knowledge of Topics* (KoT), *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e *Knowledge of Practices in Mathematics* (KPM).

Figura 1 – Domínios do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge – MTSK*



Fonte: Carrillo et al. (2018, p. 241)

Forma parte do nosso conhecimento enquanto professores no âmbito de cada um dos tópicos um conhecimento matemático que vai além de um saber fazer – mesmo que de várias formas distintas – e de o que os nossos alunos têm o direito de aprender e entender.

Como parte do KoT, e para cada tópico, cumpre-nos conhecer, entre outros: (i) os diferentes procedimentos que sustentam entender o que se faz, como se faz, por que se faz de determinada forma específica e as características de um determinado resultado; (ii) a multiplicidade de definições de um mesmo ente ou conceito e as propriedades que fundamentam essas definições; (iii) a diversidade de tipos e formas de registros de representação; (iv) as diferentes aplicações envolvidas e a fenomenologia.

No âmbito da subtração, esse conhecimento envolve, entre outros, conhecer os procedimentos para efetuar a subtração utilizando o algoritmo típico e outros não típicos; conhecer que, para efetuar o algoritmo "típico" da subtração, pode-se iniciar por qualquer uma das ordens; conhecer as propriedades fundamentais da subtração (que envolvem conhecer as do Sistema de Numeração Decimal); conhecer que, no sentido de retirar e de completar, estão envolvidos somente um conjunto e, no de comparar, temos dois conjuntos; conhecer que os contextos que evocam a subtração estão associados a três sentidos: retirar, completar e comparar e que se associam a entender o fenômeno da operação (MUÑOZ-CATALAN; LIÑAN; RIBEIRO, 2017; RIBEIRO, 2021, 2022).

Cumpre-nos, também um conhecimento matemático amplo e profundo sobre cada um dos temas e tópicos matemáticos e sua conexão com outros tópicos, bem como suas relações com estruturas mais amplas, ou mesmo com outras estruturas consideradas auxiliares ao Pensar matematicamente e que corresponde ao denominado KSM.

Como parte do KSM, cumpre-nos conhecer, entre outros (i) conexões de complexificação (conectam tópicos ensinados com outros que se irão abordar posteriormente, envolvendo uma projeção de dos tópicos ensinados para tópicos futuros); (ii)conexões de simplificação (relação do tópico com tópicos anteriores, sendo uma retrospeção dos tópicos potenciada pelo entendimento dos tópicos anteriores); (iii) conexões transversais (característica em comum do tópico com tópicos mais simples ou complexos com os quais se relaciona e formas de pensamento que os relacionam); (iv) conexões auxiliares (envolvimento de um tópico em processos mais amplos como tópico ou elemento auxiliar).

No âmbito da subtração, inclui (RIBEIRO, 2021): conhecer que o sentido de retirar da subtração se relaciona com o sentido de partilha equitativa da divisão; conhecer que o sentido de retirar da subtração se relaciona com o sentido de acrescentar da adição e que essa conexão é um dos motivos que leva a entender que sejam operações inversas; conhecer que a subtração pode ser representada envolvendo um ou dois conjuntos, relacionando com a cardinalidade de conjuntos ou através da reta numérica efetuando conexões com os números e as quantidades envolvidas.

Como parte do nosso conhecimento especializado enquanto professores, cumpre-nos também um conhecimento associado aos aspectos centrais do que significa fazer matemática e de quais os elementos centrais dessa prática de forma a situar esse conhecimento na nossa prática matemática enquanto professores que perseguimos objetivos de possibilitar que os alunos não apenas saibam fazer, mas que entendam efetivamente o que fazem e por que o fazem, a cada momento. Esse conhecimento matemático especializado é entendido como o KPM. Neste subdomínio de conhecimento, inclui-se, por exemplo, (i) conhecer diferentes formas de demonstrar; (ii) diferentes critérios para que uma generalização seja válida; (iii) diferentes estratégias de resolução de problemas ou de modelagem matemática; (iv) o significado de definição, axioma ou teorema como elementos constituintes da matemática.

No âmbito da subtração, inclui-se, por exemplo: conhecer que podemos resolver um problema de subtração associado a procedimentos generalizáveis que não se configuram como algoritmos alternativos, mas a formas de demonstrar; conhecer que a definição matemática da subtração envolve tipicamente uma relação com a adição.

Esse conhecimento matemático especializado sustenta uma prática especializada do professor que permite ter como ponto de partida as produções dos alunos que exteriorizam as suas formas de pensar e raciocinar matematicamente. Esse conhecimento é denominado de Conhecimento Interpretativo (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014) e sustenta uma prática interpretativa que assume como ponto de partida o que o aluno conhece e como o conhece para que as discussões a promover possibilitem vivenciar situações de igualdade (ver, por exemplo, Asenova, Del Zozzo e Santi, 2023 ou Mellone et al., 2023) e de desenvolvimento de conhecimento matemático para além do “imediatismo do saber fazer”.

O Conhecimento Interpretativo é, segundo a Enciclopédia Springer Nature,

> um conhecimento matemático amplo e profundo dos tópicos, que permite ao professor contribuir para o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos, a partir do seu próprio raciocínio e produções. Complementa o conhecimento das estratégias matemáticas dos alunos com o conhecimento dos possíveis erros típicos e não típicos – potencialidades de aprendizagens (DI MARTINO et al., 2020, p. 426).

Assim, o Conhecimento Interpretativo corresponde a um conhecimento matemático necessário ao professor de matemática para a sua prática matemática de possibilitar que os seus alunos entendam e que possibilita atribuir significado aos comentários e produções dos alunos, requerido essencialmente quando essas produções e formas de pensar contêm erros ou incluem ou se sustentam em abordagens não usuais (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014; RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013). Essas abordagens consideradas não usuais ou não convencionais correspondem àquelas que não formam parte do denominado *espaço solução* do professor (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014) – pois se essas abordagens e os motivos matemáticos que as sustentam já formarem parte do conhecimento do professor então não serão não usuais e, por serem já conhecidas e entendidos os motivos matemáticos que as sustentam, farão já parte desse espaço solução.

Este espaço solução corresponde às diferentes formas de resolver um mesmo problema e ao conhecimento das componentes matemáticas que fundamentam cada uma dessas diferentes formas (JAKOBSEN, RIBEIRO, MELLONE, 2014) e pode ser considerado como um conjunto em que cada solução para esse problema se constitui como um elemento desse conjunto. Tipicamente, o espaço solução do professor é constituído de um único elemento (DI MARTINO et al., 2017; RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013) e tem correspondência com o conhecer uma única forma de fazer em matemática.

Consideram-se, atualmente, três níveis no conhecimento interpretativo (Mellone et al., 2017): (i) interpretação avaliativa; (ii) interpretação para a prática letiva; (iii) interpretação como pesquisa.

(i) **Interpretação avaliativa** envolve um conhecimento de um nível elementar que somente permite ao professor efetuar a correspondência entre a sua própria forma de proceder (usualmente única) e a produção do aluno indicando como incorretas as produções que não possuem uma correspondência imediata com a sua.

(ii) **Interpretação para a prática letiva**, corresponde à interpretação que se associa a um conhecimento matemático especializado que permite que o professor (re)desenhe as próximas etapas das discussões matemáticas a partir das produções dos alunos e das formas de pensar expressas nessas produções.

(iii) **Interpretação como pesquisa**, demanda um conhecimento matemático especializado que permite ao professor (re)analisar sua própria forma de proceder matematicamente, revendo suas formas de resolver o problema, integrando as dos alunos, mesmo quando estas pareçam estar em conflito com o que é ensinado tradicionalmente na escola, e estejam também matematicamente corretas ou, estando incorretas, possibilitem discussões matemáticas que contribuam para desenvolver o entendimento matemático dos alunos e o desenvolvimento das suas formas de pensar matematicamente.

Esses níveis associam-se a diferentes práticas interpretativas e aos objetivos de aprendizagens matemáticas que se perseguem e às formas como se assume a matemática e o seu ensino e aprendizagem. Considerando que o desenvolvimento desse conhecimento matemático especializado (que promove uma mudança entre níveis de conhecimento) não ocorre na prática letiva ao longo do tempo e demanda, assim, contextos formativos com esse fito (RIBEIRO; MELLONE, JAKOBSEN, 2013), é essencial considerar o que se torna necessário e potencia o desenvolvimento desse conhecimento interpretativo possibilitando uma mudança para níveis superiores.

Por ser um conhecimento matemático especializado, sustenta a prática matemática do professor. Não é, portanto, um conhecimento pedagógico e não pode ser confundido com a *performance do professor*. Podemos, no entanto, considerar uma performance sustentada em uma prática interpretativa e, por sua vez, essa prática interpretativa fundamenta-se no Conhecimento Interpretativo.

3 CONTEXTO E MÉTODO

Este trabalho forma parte de um projeto mais amplo[3] que busca, por um lado, desenvolver um mais amplo e profundo entendimento sobre o conteúdo das especificidades do conhecimento do (futuros) professor de e que ensina matemática – na perspectiva do Conhecimento Interpretativo e do MTSK. Por outro lado, ao longo do processo e como resultado, pretende-se conceitualizar e validar as denominadas Tarefas para a Formação (Tarefas Interpretativas) – TI (MELLONE, et al., 2022; RIBEIRO; ALMEIDA; MELLONE, 2020) que contribuem para o desenvolvimento desse conhecimento e refinar os níveis de conhecimento e o seu conteúdo.

Aqui foca-se o Conhecimento Interpretativo de futuros professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais em um contexto formativo que tem por objetivo desenvolver as

[3] Projeto de pesquisa financiado pelo CNPq (404959/2021-0).

especificidades do seu conhecimento no âmbito das operações e considera-se o caso particular da subtração[4].

Faziam parte do contexto formativo 26 futuros professores que foram divididos, por escolha própria, em grupos de quatro. A coleta de informações constou das suas produções escritas para uma Tarefa Interpretativa; de gravações áudio das discussões em pequenos grupos e da gravação vídeo da discussão em grande grupo – centrada no formador de professores. Aqui, o foco de atenção será as produções escritas dos grupos de futuros professores para a Tarefa Interpretativa.

A Tarefa Interpretativa foi conceitualizada e validada anteriormente à sua implementação como parte do trabalho que desenvolvemos no Grupo de Formação e Pesquisa com foco no Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de (e que também ensina) matemática – CIEspMat[5]. Esta Tarefa Interpretativa (que corresponde à Parte II) vem na sequência de uma outra Tarefa para a Formação (Parte I) que focou o desenvolvimento do conhecimento dos futuros professores associado a entender a subtração como um fenômeno (ver Ribeiro, 2021), envolvendo, entre outros, determinar o resultado de 51 – 17 recorrendo ao algoritmo "típico" e explicar cada passo desse algoritmo e a formulação de distintos problemas que permitam atribuir significado aos seus diferentes sentidos e aos diversos registros de representação que contribuam para, de forma matematicamente mais adequada, potenciar uma sua discussão com os alunos em contexto de prática matemática de sala de aula.

Esta Tarefa Interpretativa (RIBEIRO et al., 2021) assume uma abordagem sustentada na prática (SMITH, 2001) e apresenta um conjunto de produções de alunos, associadas a diferentes raciocínios e formas de pensar para encontrar a resposta para 51 – 17 recorrendo a um algoritmo. Apresenta-se aqui a Parte II da Tarefa para a Formação (Tarefa Interpretativa), que se associa à interpretação e tomada de decisão posterior de oito produções de alunos para a questão de partida (encontra a resposta para 51-17 recorrendo a um algoritmo). Por motivos de espaço, foca-se a atenção em três dessas produções.

[4] Em Ribeiro (2021), discutem-se as especificidades do conhecimento do professor no âmbito do MTSK e algumas propostas para a sala de aula.
[5] O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e futuro professor de e que ensina matemática – desde a Educação Infantil ao Ensino Médio. www.ciespmat.com.br

Figura 2 – Tarefa Interpretativa

Parte II

A prô Guida implementou esta tarefa [encontre a resposta para 51-17 recorrendo a um algoritmo] na sua turma do 2.º ano e obteve algumas respostas distintas daquelas que ela conhece e esperava. Como estava fazendo uma formação focada no entendimento das operações, da responsabilidade do CIEspMat, decidiu levar essas produções para a formação.

(Cláudia)

$$\begin{array}{rr} & 5\ 1 \\ - & 1\ 7 \\ \hline & 5\ 4 \\ - & 2\ 0 \\ \hline & 3\ 4 \end{array} \qquad 17+3=20$$

(Diana)

$$\begin{array}{rr} & 5\ 1 \\ - & 1\ 7 \\ \hline & 4\ 0 \\ - & 6 \\ \hline & 3\ 4 \end{array}$$

(Edgar)

$51-17=$

$17+3=20;$

$20+31=51;$

$3+31=34;$

$51-17=34$

(i) Para cada uma das produções dos alunos, indique se as considera matematicamente corretas (adequadas) ou não, justificando a (in)adequação do raciocínio matemático evidenciado;

(ii) Forneça um *feedback* construtivo aos alunos (mais do que dizer se está correto ou incorreto, ao professor, cumpre dar sentido às resoluções dos alunos de modo que possa, posteriormente, auxiliá-los na construção do seu conhecimento matemático).

Fonte: arquivo de pesquisa

Uma vez que a coleta de informações ocorreu em um contexto formativo, ao qual se associa um objetivo de desenvolvimento de especificidades do conhecimento dos futuros professores, é importante salientar aqui que as produções incluídas na tarefa têm também a intencionalidade de serem discutidas em determinada ordem, de acordo com o que se vai ampliando nas discussões matemáticas especializadas em cada uma delas com relação à anterior. Assim, aqui, trazem-se as produções de Cláudia e Diana, pois há uma intencionalidade pedagógica formativa de sequenciação das discussões nesse contexto o que levou a que algumas das interpretações para a produção de Diana se sustentassem no entendimento atribuído às formas de proceder de Cláudia (ver as discussões apresentadas em Ribeiro, 2021). Notemos que há uma relação direta entre elas, pois ambas podem ser resolvidas envolvendo uma mesma forma de Pensar matematicamente (subtraindo uma mesma quantidade a ambos os "números" – aditivo e subtrativo), mas Diana pode envolver um outro modo de Pensar e esse é o motivo específico que levou a sua inclusão na Tarefa para a Formação.

A produção de Diana foi incluída na tarefa, pois, apesar de estar representada de uma forma típica (considerando a indicação e o resultado) e poder ser interpretada do mesmo modo que Cláudia (aqui retirar 11 a cada um dos elementos), os passos intermédios podem ser interpretados de diferentes formas matematicamente corretas e adequadas e que são, simultaneamente, distintas do que fez Cláudia. A sua inclusão é também pertinente, pois possibilita uma discussão em torno da generalização matemática e de procedimentos que são contrários aos que aprendemos enquanto alunos e que tendemos a ensinar – ensinamos como fomos ensinados (COONEY, 1994; LAMPERT 1988) e que correspondem, ao que denomino de Fake News no ensino da matemática – por exemplo, que sempre temos de iniciar a operação pelas unidades ou que sempre temos de retirar o menor do maior. Para além disso, essa representação possibilita discutir, em contexto de formação e de prática, o papel dos símbolos e do fazer matemático associado às generalizações e conexões com tópicos de matemática mais avançada (conexões de complexificação).

A produção de Edgar foi incluída na Tarefa Interpretativa, pois permite efetuar uma discussão associada aos registros de representação com correspondência com o sentido de completar da subtração (que permitem entender a operação como um fenômeno) e uma conexão entre esse sentido da subtração e o sentido de juntar da adição (conexão transversal) que contribui para sustentar o entendimento de adição e subtração serem operações inversas. Possibilita também efetuar relações com as estratégias de cálculo mental e diferentes formas de registrar essas estratégias e as propriedades utilizadas (por exemplo a associativa) – considerando a necessidade de recorrer a alguma forma de registro de representação que permita efetuar, da forma mais adequada, uma correspondência entre o que se pensa e a forma como se pensa e o que se pretende transmitir.

A análise que aqui se apresenta tem por foco as produções escritas dos futuros professores registradas antes da discussão em grande grupo, pelo que o conhecimento revelado e interpretação efetuada refere-se à que foi concensuada entre os elementos do grupo.[6]

Para a análise das informações recorreu-se às categorias do Conhecimento Interpretativo buscando identificar se alguma das produções nos permite ampliar as

[6] Na pesquisa, implementamos o denominado Ciclo pequeno grupo-grande grupo – pequeno grupo (Ciclo Pg-G-Pg) que demanda que após algum tempo os futuros professores retornem à tarefa novamente resolvida indicando o que alteraram nas suas respostas iniciais e o que levou a que isso ocorresse (MELLONE et al., 2020; PACELLI et al., 2020).

discussões teóricas associadas à interpretação efetuada e identificar que conhecimento matemático especializado fundamenta essa interpretação. Para essa análise, as produções dos futuros professores para estas três produções dos alunos foram primeiramente agrupadas em clusters de interpretação por palavras chave – por exemplo, pelo uso de expressões como “incorreta” ou “confusa”, ou “acertou a resposta, mas não entendeu o que fez”. Após essa classificação, cada produção de cada um dos grupos foi analisada recorrendo às categorias do conhecimento matemático especializado do MTSK. Essa dupla análise busca possibilitar uma coerência interna e procura uma correspondência entre determinados conhecimentos matemáticos e os tipos de interpretação que ocorrem.

A opção aqui para a apresentação dos resultados é a de não considerar a separação por grupos, mas sim por cada uma das produções dos alunos, pois o intuito é contribuir para melhor entender a relação entre o conhecimento matemático especializado e a interpretação efetuada e o conhecimento interpretativo que a sustenta. Das diferentes organizações que temos efetuado, esta nos parece, atualmente, a organização vencedora.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO

Ao contestarem à Parte I da Tarefa para a Formação (utilizar o algoritmo típico e descrever cada um dos passos empregados e formular três problemas distintos) todos os futuros professores determinaram corretamente a resposta (34), o que seria o mínimo a esperar por ser um conhecimento que os seus futuros alunos do 2.º ano deverão possuir (segundo o que se encontra na BNCC – BRASIL, 2018), devendo ser, portanto, parte do seu conhecimento dos tópicos (KoT – procedimentos), que se encontra no nível do conhecimento mínimo dos alunos (saber fazer). Ainda assim, apesar de obterem o resultado correto utilizando o algoritmo, a descrição das diferentes etapas do algoritmo associa-se ao uso de uma linguagem matematicamente inadequada (pedimos emprestado ao 5 e damos ao 1; trocamos 5 por 4 e o 1 passa para as unidades), o que ilustra a necessidade de uma formação especializada que permita implementar práticas matematicamente adequadas (KoT – Registros de Representação).

Já relativamente à formulação de problemas, todos os grupos formularam problemas exclusivamente associados ao sentido de retirar, o que está alinhado com resultados anteriores (ver, por exemplo, Muñoz-Catalan et al., 2017 ou Ribeiro, 2021), por exemplo, "*Miguel foi ao mercado com 51 reais e gastou 17 reais em balinhas para os seus alunos. Com quantos reais Miguel ficou?"*, o que ilustra o conteúdo do seu conhecimento associados ao fenômeno da operação subtração (KoT – Fenomenologia, sentidos da subtração) e mostra uma necessidade de discussão que contribua para cobrir essa lacuna de conhecimento revelado, uma vez que possuem um conhecimento parcial sobre o que é subtrair e os contextos que permitem evocar esses sentidos.

Ao formularem os problemas, consideram que para que os problemas sejam distintos basta alterar os elementos envolvidos (os nomes das pessoas envolvidas ou os "bens" que possuem) ou os contextos (mercado, escola, dinheiro, figurinhas) o que se associa ao seu conhecimento relativamente aos sentidos da subtração e contextos que lhes atribuem significado (KoT – Fenomenologia). Uma resposta típica foi, para além do problema anterior do dinheiro, "*Miguel tinha 51 balinhas e comeu 17. Com quantas balinhas Miguel ficou?*" e "*Priscila tinha 51 livros e deu 17 para sua irmã. Com quantos livros Priscila ficou*?".

O espaço solução destes futuros professores relativamente aos sentidos da subtração (entendimento do fenômeno) é, assim, constituído por um único elemento (JAKOBSEN et al., 2014; MELLONE et al., 2020; MELLONE et al., 2023) e que tem correspondência com o sentido de retirar (RIBEIRO, 2022) o que está alinhado com resultados de outros estudos envolvendo futuros professores de outros contextos (ver, por exemplo, resultado com futuros professores dos Anos Iniciais de Portugal (MARTINS; RIBEIRO, 2013) e futuros professores de matemática dos Anos Finais e Ensino Médio do Brasil. Este elemento único do espaço solução tende a limitar a sua interpretação e entendimento das produções dos alunos sempre que estas são distintas da sua própria forma de fazer (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013; DI MARTINO; MELLONE; RIBEIRO, 2020; ASENOVA; AGNESE; SANTI, 2023), sustentando uma interpretação avaliativa.

Quando observamos as interpretações efetuadas para a produção de Cláudia, todos os grupos de futuros professores efetuam essa interpretação associada a uma validação da resposta, associada a uma avaliação interpretativa (nível 1 do Conhecimento Interpretativo).

Exemplos de respostas dos grupos para a produção da Cláudia são:

> G1_De uma forma inteligente resolve o problema do empréstimo transformando o 17 em 20. Então, também soma 3 no 51, ficando então com 54-20=34, mais simples de resolver.
> G2_Somou 3 unidades aos dois números a fim de facilitar o cálculo.
> G4_Somou ao número o suficiente para ele terminar com zero e somou esse mesmo número ao outro. (É uma ideia inteligente para atacar o problema.)
> G5_A resposta final está correta, mas a escrita está errada, apesar de ter um raciocínio correto.

Essa interpretação sustenta-se em uma descrição do que consideram serem os procedimentos efetuados considerando-os adequados (KoT – procedimentos), mas nessa descrição recorrem sistematicamente a uma linguagem matemática inadequada (KoT – Registros de Representação – nomenclatura inadequada dos termos da subtração; soma em vez de adição; número e não quantidade).

Por outro lado, quando fornecem o *feedback* para a forma de pensar de Cláudia, até pela interpretação ser descritiva e não sustentada nas propriedades dos números e das operações, esse *feedback* é generalista e sem relação com as discussões matemáticas (*Cláudia, o seu raciocínio está correto, pois você faz as contas pensando e raciocinando, o que ajuda muito a entender a matemática*); avaliando como correta, mas por ser distinta do usual (espaço solução dos futuros professores com um único elemento – Ribeiro et al., 2013) necessita mudanças na representação (*Você está correta, porém deixe os cálculos mais organizados*); ou relacionado com a funcionalidade do método para a obtenção do resultado (*O seu método é funcional. Facilita por deixar a última casa com zero*).

Este *feedback* fornecido (generalista, avaliativo e funcional) relaciona-se com o conhecimento especializado que os futuros professor revelam associado: a procedimentos matemáticos (KoT – Procedimentos: conhecer os procedimentos para efetuar uma subtração envolvendo compensação); a considerarem uma única forma de efetuar a operação (KSM – formas de proceder em matemática: conhecer que existem muitas formas de proceder que são generalizáveis – vários procedimentos e suas ordens para se obter um algoritmo); ao uso de uma linguagem matematicamente inadequada (KoT – Registros de Representação: conhecer a nomenclatura de cada um dos elementos constituintes de uma subtração – aditivo; subtrativo; resto, excesso ou diferença).

O conteúdo desse conhecimento especializado, e as suas experiências anteriores – e crenças sobre a matemática, o seu ensino e aprendizagem (DI MARTINO, et al., 2017) – moldam a interpretação efetuada, conduzindo, no caso, a uma procura de correspondência entre a produção da aluna e a sua própria forma de proceder (nível 1 – interpretação avaliativa). Estas interpretações, e conhecimento que as sustentam, revelam também um entendimento associado a considerar correção e adequação matemática como elementos distintos e que podem coexistir o que leva a que uma mesma resposta esteja simultaneamente correta e incorreta.

Quando focamos a produção de Diana e as interpretações efetuadas, temos de considerar a relação entre a produção de Diana e de Cláudia – referido anteriormente no contexto da conceitualização da Tarefa para a Formação. Essa relação é trazida explicitamente nas interpretações efetuadas pelos futuros professores que efetuam uma correspondência entre os procedimentos que identificaram na produção de Cláudia e os mesmos procedimentos na produção de Diana (KoT – Procedimentos) – adicionar três no caso de Cláudia e retirar 11 no caso de Diana.

Alguns exemplos de interpretações representativas são:

> G1_Diana: Fez certo, segue o mesmo raciocínio da Cláudia, porém, ao invés de somar, ela subtraiu o valor 11 de 51 para deixar 50 e 11 de 17, restando 6. Então, 40-6=34.
>
> G3_Diana: Correto. Retirou 1 de cada dezena e cada unidade e chegou a uma conta mais simples
>
> G5_Diana: Certo, mas tome cuidado, pois nem sempre podemos fazer isso.
>
> G6_Diana: Resposta correta, resolução com falta de informação; portanto, aparentemente errada.

Todos os grupos consideram a produção de Diana como sendo correta, ainda que dois deles refiram que está “aparentemente errado”, o que revela o conteúdo do seu conhecimento matemático, aqui uma inconsistência entre o que estes futuros professores assumem a que corresponde algo matematicamente correto (matemática de Schrödinger).

O Grupo 3 apresenta uma interpretação associada a uma representação que considera as quantidades compostas por dígitos e associado a uma linguagem matemática que necessita ser cuidada em contextos formativos para que possa ser erradicada – "retirou 1 de cada dezena" significaria que ficaria com nove unidade dessa dezena e não com menos uma dezena no total (KoT – Registros de Representação, linguagem matemática adequada).

A interpretação do Grupo 5 aponta para a validação da correção da resposta final, mas incluem também um *feedback* associado à não generalização do raciocínio e procedimento efetuado ("Certo, mas tome cuidado pois nem sempre podemos fazer isso"), o que revela o seu conhecimento especializado associado a entender o que corresponde a uma generalização e a um algoritmo (KPM – Diferentes critérios para que uma generalização seja válida).

Todas estas interpretações estão associadas a uma busca de correspondência entre a produção dos alunos e a própria forma de fazer (nível 1 de interpretação) e que não tem inclusive correspondência com os únicos procedimentos matemáticos possivelmente envolvidos – esse foi um dos motivos de inclusão desta produção na Tarefa Interpretativa. Todos os futuros professores buscam enquadrar a produção de Diana na atribuição de significado que efetuaram para a produção de Claudia e não se preocupam em levantar outras possíveis formas de pensar matematicamente que sejam também elas generalizáveis (KPM – generalização), mantendo-se assim no seu lugar de conhecimento e sem se colocar no lugar do aluno (espaço solução com um único elemento).

A produção de Edgar, por se associar a um sentido que tipicamente não foi trabalhado previamente (completar) e que sustenta as dúvidas dos alunos com relação a "que conta temos de fazer", é entendida como algo de novidade – e associado a um *feedback* exclusivamente motivacional.

> G2_Edgar: Parabéns, boa ideia! Adicionou 3 ao 17 para chegar a 20. Depois adicionou 31 ao 20 para chegar ao 51. Então viu tudo o que somou (3 + 31) e chegou à resposta.
>
> G3_Edgar: Encontra quantas unidades faltam para chegar em um número terminado em zero. Depois, encontra quanto falta para chegar ao número final e soma os dois.
>
> G4_Edgar: Somou ao menor número o suficiente para ele terminar com zero. Pegou esse resultado e somou o suficiente para ele chegar ao maior número. O resultado da subtração é a soma dos números adicionados (correta). Seu

raciocínio é prático para realizar cálculo mental. No entanto, existem métodos mais diretos que envolvem o mesmo raciocínio.
G6_Edgar: Este fez certo, e ao invés de pensar quanto dá tirar o 17 de 51, ele vai pelo caminho de quanto falta para ir do 17 ao 51, somando. É uma maneira inteligente também; porém, não treina a conta prática de subtrair e demora mais.

Uma vez que todos os procedimentos envolvidos estão numericamente explicitados, os futuros professores tendem a interpretar exclusivamente no sentido descritivo, revelando, mais uma vez questões problemáticas associadas ao uso adequado da linguagem matemática (KoT – Registros de Representação, linguagem matemática adequada, somando). Apesar de esta ser uma abordagem bastante distinta, o Grupo 4 efetuou uma correspondência com os procedimentos de Cláudia ao associar a busca por um número que termina em zero (KoT – Procedimentos) – o que ilustra uma incapacidade de sair do espaço conhecido para assumir como ponto de partida para atribuir significado às produções dos alunos as suas possíveis formas de Pensar matematicamente (nível 1 de interpretação). Essa ideia é reforçada tanto pelo Grupo 4 como pelo Grupo 6 quando associam que "é prático para cálculo mental, mas existem métodos mais diretos" e que desta forma "não treina a conta prática e demora mais". Essa priorização atribuída a alguns métodos em detrimento do Cálculo Mental está sustentada no conhecimento matemático e nas experiências anteriores dos futuros professores que associam o treino e o fazer rápido ao algoritmo e não ao entendimento – e essas experiências anteriores moldam as suas crenças relativamente à matemática e ao seu ensino e aprendizagem (DI MARTINO et al., 2017; LILJEDAHL; OESTERLE, 2014.

É de notar que nenhum dos grupos refere que esta corresponde a uma outra forma de entender a subtração (KoT – Fenomenologia) e todos "correm" para descrever o que o aluno fez sem se questionar se isso seria efetivamente algo associado a subtrair – já que todos inicialmente tinham formulado problemas de subtração exclusivamente no sentido de retirar.

5 COMENTÁRIOS FINAIS

O foco de atenção aqui foi direcionado às especificidades do conhecimento matemático de futuros professores e ao conhecimento revelado e posto em prática em contextos interpretativos, de modo a identificar o conteúdo desse conhecimento revelado e a problematizar a interpretação (tipo, foco e nível) efetuada e suas relações com o espaço solução. De modo geral, os resultados estão alinhados com o que já se esperava e, de certo modo, podem ser generalizados a qualquer outro tópico matemático, pois as dificuldades matemáticas dos futuros professores estão já bem documentadas na literatura – muitas dessas dificuldades, inclusive, no nível de saber fazer (ver, por exemplo, Villarreal, Albarracín e Gorgório, 2016). Assim, não basta identificar essas dificuldades que já sabemos que vamos encontrar, mas necessitamos aprofundar e refinar o foco de atenção e buscar entender os motivos que sustentam essas dificuldades e elencar, a partir dos resultados de pesquisa, propostas de formação que possam ser implementadas, avaliadas e replicadas.

O conhecimento revelado pelos futuros professores no âmbito da subtração ilustra que estes "sabem fazer", mas não possuem um conhecimento matemático que lhes permita entender outras formas de pensar diferente da sua – que se associa a um espaço solução com um único elemento (uma única forma de proceder em matemática) e a uma rigidez de pensamento que não lhes permite colocar-se no lugar matemático do outro e tentar atribuir significado para essa forma de proceder, ouvindo as suas formas de pensar (JAKOBSEN et al., 2022). O fato de a maioria dos futuros professores se situar no primeiro nível de interpretação, com um conhecimento matemático bastante elementar e associado a esse saber fazer é algo ainda usual, ilustrando o conhecimento e experiências anteriores (matemáticas, mas não só) que possuem enquanto alunos. Porém, as pesquisas que se efetuam na formação inicial, e os contextos de formação inicial de professores que se conceptualizam e implementam, necessitam possibilitar que estes iniciem o movimento de abandono dessas práticas matemáticas de saber fazer, e, nesse sentido, assumam a responsabilidade de ampliar o seu espaço solução (incrementar a quantidade e diversidade de formas de proceder matematicamente em uma mesma situação) para que possam assumir o erro como fonte de aprendizagens (REF) ponto de partida para as discussões matemáticas e desenvolvimento de conhecimento especializado (JAKOBSEN, et al., 2014; MELLONE et al., 2020).

Os futuros professores desde estudo de caso possuíam um conhecimento matemático que se situa apenas na ótica do utilizador (todos revelaram um conhecimento que lhes permitiu obter como resposta 34), mas somente esse conhecimento de "saber fazer" que foi adquirido quando eram alunos dos Anos Iniciais, não lhes permitiu ouvir o Pensar matemático dos alunos (JAKOBSEN et al., 2022) e atribuir significado às produções que se sustentam nessas formas de Pensar, o que ilustra, e nos deve fazer parar e pensar (KILPATRICK, 1981), na necessidade já óbvia de que não basta ter sido aluno de determinada etapa educativa para estar em condições de efetuar discussões matematicamente adequadas e potenciadoras para o entendimento matemático dos alunos. Assim, ao possibilitar que os futuros professores abandonem a sua zona de conforto matemático (que deverá, como mínimo, saber encontrar a resposta), e se movam na direção de desenvolver o seu conhecimento matemático especializado estamos contribuindo para o seu desenvolvimento profissional que se pretende que vá no sentido de implementar práticas pedagógicas emocionantes, que cativam os alunos, mas essencialmente matematicamente inovadoras, associadas a discussões matemáticas de elevado nível cognitivo, e que permitem que os alunos entendam o tópico em discussão e as conexões que o envolvem.

Os futuros professores devem possuir um conhecimento matemático conciso, profícuo, sustentável, e que lhe permita utilizar a matemática de uma forma específica apenas necessária à profissão docente e que difere, obviamente daquele conhecimento necessário a outras profissões, mas essa diferença não se sustenta somente no conhecimento pedagógico como alguns advogam (ver, por exemplo, Shulman, 1986), e necessita uma atenção especial para o conhecimento matemático que tem de passar a ser especializado para essa prática profissional de possibilitar que os alunos entendam o que fazem e por que o fazem, a cada momento.

É importante notar que, apesar de a discussão se sustentar em um caso concreto – um grupo definido de futuros professores e uma tarefa específica no âmbito da subtração –, o intuito é que possamos efetuar o movimento de abstração desse caso específico e equacionar as dimensões da abordagem metodológica e pedagógica para a pesquisa e formação de professores, pois o mais importante não é o caso em si, mas o que podemos aprender com ele e perspectivar a partir dele, de modo a buscar formas propositivas de melhorar essa formação focando onde ela é mais necessária – nas dimensões matematicamente mais críticas. Estas dimensões matematicamente mais críticas correspondem àquelas que se identificam como problemáticas em termos do conhecimento matemático especializado do (futuro) professor e que levam a interpretações avaliativas (de nível 1). A origem dessas interpretações deverá ser foco primordial de atenção para que se tornem possíveis práticas matemáticas que possibilitem fazer diferente do que tem sido feito, perseguindo objetivos de curto, médio e longo prazo, e não somente efetuar mudanças estéticas nessas práticas, associadas a "um produto antigo que se pretende vender como algo novo".

A inovação que se busca aqui tem correspondência, por um lado, como consequência da pesquisa desenvolvida, com uma mudança do foco de atenção que nos permite sair do caso particular e efetuar abstrações (que se associam, por exemplo, à conceitualização de itinerários de Tarefas para a Formação que permitam entender as operações como um fenômeno). Por outro lado, de forma imbricada, trazer para o centro da discussão a prática matemática do professor e não somente o contexto em que o professor atua, buscando também colmatar uma das problemáticas identificadas por Fiorentini e Crecci (2017) e que se relaciona com a falta de atenção nas especificidades da prática matemática do professor. pretende-se também iniciar a discussão sobre a necessidade de se entender a importância das generalizações também nas pesquisas em Educação Matemática, pois sem essa possibilidade de generalizar torna-se difícil argumentar que se tratam de pesquisas. Aqui, obviamente que não me refiro a generalizações dos resultados particulares obtidos – estudos de casos particulares –, mas sim aos processos metodológicos que necessitam ser replicáveis e às discussões analíticas que podem ser avaliadas e replicadas, de modo que seja possível a sua implementação em outros caso e retestados, avaliando (validando ou não) os processos efetuados e aprofundando e ampliando o entendimento das práticas matemáticas especializadas do professor e do seu conhecimento profissional especializante para essas práticas.

Agradecimentos

O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq "*Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico*" (404959/2021-0).

REFERÊNCIAS

ASENOVA, M.; DEL ZOZZO, A.; SANTI, G. Unfolding teachers' interpretative knowledge into semiotic interpretative knowledge to understand and improve mathematical learning in an inclusive perspective. Educational Science, v. 13, n. 65, 2023. https://doi.org/10.3390/educsci13010065

BALL, D.; THAMES, M.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? Journal of Teacher Education, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Terceira Versão ed. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018.

BROCARDO, J; SERRAZINA, L; ROCHA, I. O Sentido de Número: reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: **Escola Editora**, 2008.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L. C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.

COONEY, T. J. Research on teacher education: In search of common ground. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 25, p. 608-636, 1994.

DAVIS, B.; SIMMT, E. Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. **Educational Studies in Mathematics**, v. 61, p. 293-319, 2006.

DI MARTINO, P. MELLONE, M.; MINICHINI, C.; RIBEIRO, M. Prospective teachers' interpretative knowledge: giving sense to subtraction algorithms. In: **Proceedings of Third ERME Topic Conference on Mathematics Teacher Education**. p. 66-75. 2017.

DI MARTINO, P.; MELLONE, M.; RIBEIRO, M. **Interpretative Knowledge**. In: Encyclopedia of Mathematics Education.1 ed.: Springer International Publishing, 2020, p. 424-428.

DUVAL, R. A cognitive analysis of problems of comprehension in learning mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 61, p. 103-131, 2006.

FAUSTINO, A.C.; PASSO C. L. B. Cenários para investigação e resolução de problemas: reflexões para possíveis caminhos. **Revista Educação e Linguagens**, v. 2, n. 3, 62-74, 2013.

FIORENTINI, D; CRECCI, V.M. Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. **Zetetiké** (ON LINE), v. 25, p. 164-185, 2017.

FOSNOT, C. T.; DOLK, M. **Young Mathematicians at Work: Constructing Number Sense, Addition, and Subtraction.** Estados Unidos: Heinemann, 2001.

GROSSMAN, P. L. **Learning to Practice: the design of clinical experience in teacher preparation**American Association of Colleges for Teacher Education and National Education Association, 2010.

HIEBERT, J.; WEARNE, D. "Instructional Task, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second Grade." **American Educational Research Journal**, v. 30, 1993, p. 393-425.

HILL, H. C. et al. Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. **Cognition and Instruction**, v. 26, n. 4, p. 430–511, 2008.

JAKOBSEN, A.; MELLONE, M.; RIBEIRO, M. A methodological approach to develop prospective teachers' interpretative knowledge. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi. & F. Ferretti (Eds.), Proceed. of CERME 12 (pp. 3614– 3622). Free University of Bozen-Bolzano and ERME, 2022.

JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, C. M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 19, n. 3-4, 2014, p. 135-150.

JAKOBSEN, A.; MELLONE, M.; RIBEIRO, C. M.; TORTORA, R. Discussing secondary prospective teachers' interpretative knowledge: a case study In C. Csíkos, A. Rausch, & J. Szitányi (Eds.), **Proceedings of PME 40** (Vol. 3, pp. 35-42). Szeged, Hungary: PME.

KAMII, C.; DOMINICK, A. The harmful effects of algorithms in grades 1-4. In L. J. Morrow & M. J. Kenney (Eds), The teaching and learning of algorithms in school mathematics, Resto, V A: NCTM, 1998, p. 130-140.

KAMII, C.; LEWIS, B.; KIRKLAND, L. Fluency in subtraction compared with addition. **Journal of Mathematical Behaviour**, v. 20, p. 33–42, 2001.

KILPATRICK, J. The Reasonable Ineffectiveness of Research in Mathematics Education. **For the Learning of Mathematics**, v. 2, n. 2, p. 22-29, 1981.

LAMPERT, M. What can research on teacher education tell us about improving quality in mathematics education? **Teaching and Teacher Education**, v. 4, p. 157-170, 1988.

LILJEDAHL, P.; OESTERLE, S. Teacher beliefs, attitudes, and self-efficacy in mathematics education. Encyclopedia of Mathematics Education. Springer Nethernands, p. 583-586, 2014.

MARTINS, F.; RIBEIRO, M. Atribuir sentido aos raciocínios associados às resoluções de alunos no caso da subtração In: **Proceeding of the International Conference of Research, Practices and Contexts in Education**, 2013. p.192 – 200.

MASON, J.; JOHNSTON-WILDER, S. **Designing and using mathematical tasks**. St Albans: Tarquin, 2006.

MELLONE, M.; RIBEIRO, M.; JAKOBSEN, A.; CAROTENUDO, G.; ROMANO, P.; PACELLI, T. Mathematics teachers' interpretative knowledge of students' errors and non-standard reasoning. **Research in Mathematics Education**, v. 22, n. 2, p. 154–167, 2020.

MELLONE, M. ; JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, M.; PARLATI, A. Ethical dimension in the use of interpretative tasks in mathematics teacher education: division of fractions. In: **Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)**. 2023. (aceite)

MELLONE, M.; TORTORA, R.; JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, M. Prospective teachers interpret student responses: Between assessment, educational design and research In: **Proceedings of CERME 10**. Dublin: Institute of Education, Dublin City University, Ireland, and ERME, 2017. p. 2948 – 2955.

MUNOZ-CATALAN, M. C.; LINAN, M. M.; RIBEIRO, M. Conocimiento especializado para enseñar la operación de resta en Educación Infantil. **Cadernos de Pesquisa** (UFMA), v. 24, p. 4 - 19, 2017.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. V. How large are teacher effects? **Educational Evaluation and Policy Analysis**, v. 26, n. 3, p. 237-257, 2004.

PACELLI, T.; MELLONE, M.; RIBEIRO, M.; JAKOBSEN, A. Collective discussions for the development if interpretative knowledge in mathematics teacher education In: ICMI Study 25 – Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups, 2020, Lisbon, v. 1. p. 388-395, 2020.

RIBEIRO, M. Abordagem aos números decimais e suas operações: a importância de uma eficaz navegação entre representações. **Educação e Pesquisa** (USP. Impresso), v.37, p. 407- 422, 2011.

RIBEIRO, M. **Entender os sentidos da subtração para ensinar e aprender matemática com significado e prazer**. Campinas, SP: Cognoscere, 2021, v. 2, p. 112.

RIBEIRO, M. **Pensar matematicamente com um foco nas conexões entre Medida, Números e Operações e Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais – discutindo algumas tarefas para a sala de aula**. Campinas: Cognoscere, v. 1, 2022, p. 264.

RIBEIRO, M. Tareas para alumnos y tareas para la formación: discutiendo el conocimiento especializado del profesor y del formador de profesores de matemáticas. In: XX JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA - SOCHIEM, 2016, Valparaíso: Chile. *Anais*... Valparaíso: Chile: [s.n.], 2016. p. 31-39

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A.; MELLONE, M. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 34, p. 1 - 32, 2021.

RIBEIRO, M.; JAKOBSEN, A.; MELLONE, M. El Conocimiento Interpretativo en el contexto de la medición In: Investigación sobre conocimiento especializado del professor de matemáticas (MTSK): 10 años de caminho.1 ed. Madrid: Editorial DYKINSON, S.L., 2022, v. 1, p. 277-290.

RIBEIRO, C.M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. Interpreting students’ non standard reasoning: insights for mathematics teacher education practices. **For the Learning of Mathematics**, v. 36, n. 2, 2016, p. 8-13.

RIBEIRO, C. M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. Prospective teachers’ knowledge in/for giving sense to students’ productions. **Atas do PME 37**, v. 4, p. 89–96, 2013.

ROWLAND, T.; HUCKSTEP, P.; THWAITES, A. Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 8, p. 255-281, 2005.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, 1986, p. 4-14.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

VILLARREAL, A.; ALBARRACÍN, L.; GORGÓRIO, N. Basic mathematical knowledge of students enrolling for primary education university degrees. In ICMI 13, Hamburgo.