Debates em Educação

Programa de Pós-graduação em Educação (PPGE)
UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

ISSN Eletrônico 2175-6600

Vol. 10 | Nº. 22 | Set./Dez. | 2018

Marcele Tavares Mendes

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

marceletavares1982@gmail.com

André Luis Trevisan

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

andrelt@utfpr.edu.br

Henrique Rizek Elias

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

henriqueelias@utfpr.edu.br

A UTILIZAÇÃO DE TDIC EM TAREFAS DE AVALIAÇÃO: UMA POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

RESUMO

De encontro a um modelo tradicional de aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) em que o professor expõe o conteúdo, dá exemplos e, em seguida, aplica uma prova escrita para verificar se o estudante consegue reproduzir o que foi "passado", propomos o trabalho com tarefas de avaliação que façam uso de tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC), buscando caracterizá-lo como uma prática de investigação e oportunidade de aprendizagem. Subsidiamos a discussão aqui apresentada em dados coletados de quatro tarefas avaliativas em "momentos formais" de avaliação em turmas de CDI. A análise de caráter qualitativa e de cunho interpretativo buscou: (i) evidenciar potencialidades das tarefas de avaliação em termos de suas possibilidades para experimentação com tecnologias; (ii) promover uma reflexão acerca das oportunidades de aprendizagem geradas nesses "momentos formais" de avaliação.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Avaliação da aprendizagem escolar. Tecnologias Digitais de informação e Comunicação.

THE USE OF DCIT IN EVALUATION TASKS: A POSSIBILITY FOR THE TEACHING OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS

ABSTRACT

Against a traditional model of Differential and Integral Calculus classes (CDI) in which the teacher exposes the content, gives examples and then applies a write test to verify if the student can reproduce what was "past", we propose the work with evaluation tasks that make use of digital communication and information technologies (DCIT), seeking to characterize it as a research practice and learning opportunity. We subsidize the discussion presented here in data collected from four evaluation tasks in "formal moments" of evaluation in ICD classes. The analysis of a qualitative and interpretive nature sought to: (i) evidence potentialities of the evaluation tasks in terms of their possibilities for experimentation with technologies; (ii) promote reflection on the learning opportunities generated in these "formal moments" of evaluation.

Keywords: Mathematics Teaching. Teaching Differential and Integral Calculus. Evaluation of school learning. Digital Communication and Information Technologies.

Submetido em: 29/06/2018
Aceito em: 11/09/2018
Publicado em: 21/12/2018

DOI: 10.28998/2175-6600.2018v10n22p140-163

1 INTRODUÇÃO

Uma prática bastante usual em aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é que docentes “dominem” as ações em sala de aula, expondo definições e exemplos que ilustram conteúdos presentes na ementa da disciplina. Em seguida, propõem a resolução de “imensas listas de exercícios” que, em geral, requerem a identificação de alguma similaridade com situações apresentadas previamente (em aula ou no próprio livro) (LITHNER, 2008). Aos estudantes, resta reproduzir processos analíticos e algoritmos, ou transcrever, em provas escritas, resultados e suas demonstrações previamente memorizadas, com o objetivo de alcançar uma medida baseada em “acertos”, que será convertida em nota ou conceito.

Torna-se imprescindível repensar e modificar esse *modus operandi* que se consolidou não apenas no ensino de CDI, mas da Matemática como um todo. Por isso, juntamente com outros pesquisadores, temos desenvolvido pesquisas (mencionadas na continuidade deste texto) sobre a nossa prática enquanto docentes de uma instituição de Ensino Superior (IES), a fim de contribuir para as discussões acerca do ensino, da aprendizagem e avaliação de CDI, mas também, e principalmente, impactar de forma direta nos cursos em que atuamos, uma vez que, assim como em muitas outras instituições, essa disciplina apresenta altos índices de evasão e reprovação.

As pesquisas que temos realizado compõem projetos[1] cujo objetivo é investigar questões relativas ao desenho e utilização de propostas de tarefas para o ensino de conteúdos previstos no programa das disciplinas: matemáticas na Educação Básica e no Ensino Superior, em contextos reais de ensino e de aprendizagem, bem como investigar efeitos do uso de tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC), de forma direcionada, integradas ao trabalho com essas tarefas.

Nessa direção, defendemos a organização de ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas (COUTO; FONSECA; TREVISAN, 2017; TREVISAN; MENDES, 2018) em que os estudantes trabalham a partir de sequências de tarefas não precedidas por exemplos, adaptadas para que se tornem problemas a serem resolvidos organizados em grupos que participam de discussões matemáticas, mostrando, explicando, justificando suas ideias. Quanto a nós, professores, ao invés de sempre fornecer explicações, incentivamo-los a apresentar e discutir suas ideias.

[1] Por exemplo, *Recursos Tecnológicos em Ambientes de Ensino e Aprendizagem Matemática*, desenvolvido atualmente no âmbito de um Programa de Metrado Profissional em Ensino de Matemática.

Frente a esse cenário, um desafio que enfrentamos é pensar práticas avaliativas, ao mesmo tempo, alinhadas a essa proposta de trabalho (mobilizando os estudantes a assumirem o papel de protagonistas do seu processo de aprendizagem), mas que também atendam à organização didático-pedagógica proposta pela instituição (estejam comprometidas com um currículo obrigatório, com o projeto político-pedagógico do curso, com a atribuição de uma nota ao fim de um período). Fugindo do modelo tradicional em que o professor expõe o conteúdo, dá exemplos e, em seguida, aplica uma avaliação para verificar se o estudante consegue reproduzir o que foi “passado”, propomos o trabalho com tarefas de avaliação que façam uso de TDIC, buscando caracterizá-la como uma prática de investigação e oportunidade de aprendizagem (BURIASCO; FERREIRA; CIANI, 2009; MENDES; BURIASCO, 2018), e não como um momento de reprodução do que foi memorizado.

Com isso, subsidiamos a discussão apresentada neste artigo na análise de dados coletados de quatro tarefas avaliativas em “momentos formais” de avaliação em turmas de CDI1 de cursos de Engenharia em que os autores atuaram como docentes entre os anos de 2016 e 2017. A análise de caráter qualitativa e de cunho interpretativo buscou *evidenciar potencialidades das tarefas de avaliação* nos moldes como foram propostos referentes a oportunidades de experimentação apresentadas por Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 52) para quem uma tarefa matemática elaborada com base nessa noção tem como “pano de fundo uma perspectiva na qual a produção de conhecimentos matemáticos assume uma dimensão heurística de descoberta”. Buscou-se também promover uma reflexão acerca das oportunidades de aprendizagem geradas nesses “momentos formais” de avaliação.

Para tal, apresentamos na segunda seção deste texto aspectos teóricos do trabalho com CDI, em episódios de resolução de tarefas e da avaliação como prática de investigação e oportunidade de aprendizagem. Na terceira seção, a metodologia da pesquisa. Em seguida, apresentamos e analisamos potencialidades de quatro tarefas avaliativas em “momentos formais” de avaliação. Finalizamos, com as nossas considerações, seguidas das referências bibliográficas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nossa pesquisa está fundamentada em estudos sobre o ensino de CDI aliado ao trabalho com episódios de resolução de tarefas e à noção de experimentação com tecnologias, bem como na ideia de avaliação como prática de investigação e oportunidade de aprendizagem. Nosso principal desafio e contribuição, enquanto uma pesquisa que visa produzir conhecimento para a área de Educação Matemática, está em abordar essas duas linhas articuladas, almejando um ambiente educacional que potencialize a aprendizagem dos estudantes, sugerindo a avaliação como um meio para tal. Vamos apresentar, de forma breve, nossa perspectiva a respeito de cada um desses dois temas.

2.1 O trabalho com CDI em episódios de resolução de tarefas

Conforme aponta Reis (2009), as noções de CDI constituem conteúdos que integram diferentes disciplinas para cursos universitários responsáveis pela formação de profissionais com diferentes perfis. Baseando-se nos trabalhados de David Tall, Reis (2009, p. 94) aponta que o CDI desempenha, simultaneamente, "o papel de ponte e de síntese entre um pensamento matemático mais elementar, relacionado a conteúdos como números e funções, e um pensamento matemático mais avançado, relacionado a conteúdos como derivadas e integrais". O autor defende uma abordagem para o CDI que não se polarize em dois extremos (uma forte carga operacional em detrimento da parte conceitual, ou um ensino que se exerça com forte presença formal), mas que procure um "equilíbrio" entre a abordagem intuitiva e a rigorosa.

Ao se pensar propostas didáticas nessa direção, defendemos a organização de ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas, como proposta factível que, por um lado, leva em conta aspectos apontados pelas pesquisas realizadas no campo da Educação Matemática (portanto, referenciadas teoricamente), diferindo significativamente de aulas centradas no livro didático, mas, por outro, conforme Mendes (2018, pp. 120-121):

> [...] atendam demandas rotineiras da sala de aula e estejam alinhadas com a organização didático-pedagógica proposta pela instituição (comprometidas com um currículo obrigatório, com o projeto político-pedagógico do curso, com a atribuição de uma nota ao fim de um período).

O pressuposto central dessa proposta é que os estudantes, organizados em grupos, trabalhem com tarefas sem que uma definição ou conceito seja previamente apresentado, a fim de que possam explorá-las intuitivamente; em seguida, a partir de intervenções do professor no grupo e da posterior plenária com toda a turma, os conceitos subjacentes são “refinados” (construindo coletivamente, sempre que possível, uma definição provisória – TREVISAN; MENDES, 2017); por fim, a partir do trabalho com novas tarefas e da sistematização coletiva mediada pelo professor, elabora-se uma definição formal (que, muitas vezes, ainda é restrita a casos particulares, mas é revisada e ampliada ao longo do curso).

Tomando por base as ideias de Watson *et al*. (2013) e de Trevisan, Borssoi e Elias (2015, p. 3), “por tarefa estamos entendendo o amplo espectro composto por ‘coisas a fazer’ pelos estudantes em sala de aula, o que inclui desde a execução de exercícios algorítmicos até a realização de investigações ou construção de modelos matemáticos”. Para Watson *et al*. (2013, p. 12, tradução nossa), as “tarefas geram atividade que proporciona oportunidade de descobrir conceitos matemáticos, ideias, estratégias, e também o uso e o desenvolvimento do pensamento matemático e de modos de investigação”.

Gafanhoto e Canavarro (2014, p. 115), lembram que a “seleção, adaptação ou criação de boas tarefas para a sala de aula constitui um desafio para muitos professores”. Esse desafio tem sido assumido como uma das ações a serem desenvolvidas em nossas pesquisas, em especial, o trabalho com episódios de resolução de tarefas associado à noção de experimentação com tecnologias, visto que TDIC ampliam as possibilidades de expressão dos estudantes. O trabalho com tarefas que agregam recursos como o software GeoGebra[2] permite, conforme apontam Borba, Silva e Gadanidis (2015), criar um ambiente propício para a aprendizagem de matemática. Nesse caso, o papel do professor e o desenho da tarefa influenciam diretamente no sucesso do uso do recurso tecnológico nos processos de ensino e de aprendizagem.

Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 51-52) argumentam que uma atividade matemática construída com base na noção de experimentação com tecnologias deve oportunizar aos estudantes meios para:

- a criação de conjecturas matemáticas;
- geração de conjecturas matemáticas;
- exploração de diversificadas formas de resolução;
- manipulação dinâmica de objetos construídos;
- realização de testes de conjecturas usando um grande número de exemplos, modificando representações de objetos, simulando componentes de construções, etc;
- convencimento sobre a veracidade de conjecturas;
- elaboração de novos tipos de problemas e construções matemáticas;

[2] https://www.geogebra.org/

- criação e conexão entre diferentes (múltiplos) tipos de representações de objetos matemáticos;
- exploração de caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos;
- incentivo à combinação de raciocínios intuitivos, indutivos ou abdutivos, que podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio dedutivo;
- criação de atividades matemáticas "abertas controladas", ou seja, direcionalidade ao seu objetivo;
- ensinar e aprender matemática de forma alternativa;
- compreensão de conceitos;
- conhecimento de novas dinâmicas, formas de conectividade e relações de poder em sala de aula;
- envolvimento com um novo tipo de linguagem (informativa) na comunicação matemática, além da escrita;
- criação de diferentes tipos de símbolos e notações matemáticas;
- aprofundamento em variados níveis de rigor matemático;
- identificação de incoerências conceituais e/ou aprimoramento do enunciado.

Entretanto, em trabalho anterior (TREVISAN; ELIAS; ARANDA, 2016), evidenciam o baixo número de tarefas apresentadas em um livro de Cálculo 1 (ANTON; BIVENS; DAVIS, 2007) que sugerem o uso de TDIC como aliadas à experimentação matemática, isto é, segundo os referidos autores (2015, p. 51), poucas tarefas que exploram "as potencialidades diferenciadas oferecidas por uma nova tecnologia" . Dialogamos com uma literatura que caracteriza tarefas para o ensino e aprendizagem da Matemática com o uso de TDIC, bem como concepções desse uso, organizando agrupamentos quanto aos processos de resolução dessas tarefas: 1) tecnologia como recurso para conferência de respostas; 2) tecnologia como recurso para mudar o foco das tarefas; 3) tecnologia como aliada à experimentação matemática. Em nossa análise, percebemos que a grande maioria das tarefas se enquadrou nos agrupamentos 1 e 2 (527 do total de 539 tarefas), e, portanto, um baixo número sugerindo o uso de TDIC para experimentação matemática (12 de 539).

Como alternativa frente a tal constatação, e, acreditando no potencial de algumas tarefas dos agrupamentos 1 e 2 para fazer um uso mais dinâmico e interativo de TDIC, propusemos então a reformulação de uma tarefa do agrupamento 1 (em que o recurso computacional era sugerido como instrumento para verificar uma resposta e confirmar alguma hipótese/conjectura obtida anteriormente com lápis e papel), para se enquadrar nas características do agrupamento 3, em que as tarefas, (idem, 2015, p. 55), "oferecem caminhos propícios para processos como a formulação de conjecturas, realização de testes, refinamento de conjecturas, familiarização com notações", possibilitando, por meio da nova tarefa[3], a realização de experimentação com tecnologias.

[3] Na seção sobre resultados e discussões trazemos o enunciado da tarefa *Transformação de funções*.

Nosso intuito, neste artigo, é discutir potencialidades de tarefas de avaliação no que se refere a oportunidades de experimentação com tecnologias. Assumimos, com Haddif (2016, p. 1), que “os estudantes não viram tais tarefas antes e, portanto, não podem resolvê-los instrumentalmente, usando um procedimento conhecido, mas devem trabalhar neles conceitualmente”, em “momentos formais” de avaliação para revelarem o que sabem, para desenvolverem estratégias e utilizarem os procedimentos matemáticos enquanto ferramentas, tendo a oportunidade de vivenciarem uma prática avaliativa que oportuniza a aprendizagem, como descrito na subseção a seguir.

2.2 Avaliação como prática de investigação e oportunidade de aprendizagem

Nos trabalhos desenvolvidos no GEPEMA[4] a avaliação é tomada como uma prática de investigação tanto para o professor, que por meio dos dados dela oriundos pode repensar sua prática, quanto para o estudante, que pode refletir acerca das suas estratégias de estudo. Como consequência, torna-se uma oportunidade de aprendizagem para ambos, sendo papel do professor, segundo Pedrochi Junior (2012, p. 50), “criar oportunidades para os alunos desenvolverem, eles próprios, o conhecimento matemático o que permite que evoluam (alunos e professor) para outros níveis de compreensão”.

Uma avaliação como prática de investigação e oportunidade de aprendizagem assume natureza formativa e pressupõe que todas as interações do estudante, sejam com o professor, com outros estudantes ou com o material pedagógico, como diz Allal (1986, p. 191), “constituem ocasiões de avaliação (ou de autoavaliação) que permitem adaptações do ensino e da aprendizagem”.

Nessa direção, a avaliação se posiciona enquanto um processo integrado e continuo que se faz, conforme Barlow (2006, p. 16), “como um eco em torno da ação, estímulo a completar, a modificar, a aperfeiçoar a tarefa em andamento”. Esse eco favorece emergir informações para que professor e estudantes reorientem suas práticas. Buscamos, nesse sentido, um processo avaliativo que se preste à aprendizagem do estudante, de tal modo que, por meio das informações recolhidas, o mesmo seja orientado para que situe, ele próprio, suas dificuldades e analise e descubra, ou pelo menos operacionalize os procedimentos que lhe permitam progredir (HADJI, 2001).

[4] Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação, atrelado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), na qual dois dos autores deste artigo elaboraram seus trabalhos de doutorado.

Não faz sentido, nesse contexto, pensar a aprendizagem convertida em uma medida baseada apenas em acerto e erros, pois existe o interesse em compreender os motivos que originaram as respostas de cada estudante às tarefas de avaliação, recolhendo informações consistentes e confiáveis para orientar os envolvidos, valorizando o que ele revela saber, e não apenas um registro correto segundo padrão de resposta estabelecido no gabarito do professor (MENDES; BURIASCO, 2018). Ressalta-se que é necessário o estudante produzir, pois esse processo de orientação (guia) está intimamente ligado à dedicação frente a tarefa; é por meio dela que terá a oportunidade de receber intervenções e *feedbacks* a respeito de seu trabalho.

Se não cabe uma medida baseada em acertos, qual é a que cabe? Cabe uma medida construída/reconstruída a partir de atribuição de qualidade aos resultados da aprendizagem dos estudantes, em um processo avaliativo que, segundo Esteban (2000, p. 11), "indaga os resultados apresentados, os trajetos percorridos, os percursos previstos, as relações estabelecidas entre as pessoas, saberes, informações, fatos, contextos".

Nesse cenário, as tarefas de avaliação não se diferenciam das tarefas de sala de aula, uma vez que os processos de ensino e de aprendizagem envolvem o processo avaliativo. Por isso, o ambiente (organização) em que acontecem os "momentos formais" de avaliação não se deveriam distinguir daqueles em que normalmente se desenvolvem as aulas. Pretende-se, com isso, que o estudante seja protagonista de seu processo de avaliação, refletindo acerca de suas lacunas e suas dificuldades, utilizando sua própria produção para prosseguir. Nesse ambiente de avaliação, a angústia, a punição e o controle não são as ações relacionadas, mas um diálogo entre os envolvidos que vai ao encontro do principal propósito da avaliação: a promoção da aprendizagem.

Para tanto, é preciso subvertermos aspectos, mitos e ritos (TREVISAN; MENDES, 2015) de nossas práticas avaliativas. Aqui nos interessa discutir as TDIC como aliadas à experimentação matemática em "momentos formais" de avaliação, nas quais os estudantes são convidados a comunicarem-se, pesquisar, construir soluções, de encontro com o ritual em que estejam sentados enfileirados, incomunicáveis, tensos e angustiados em reproduzir na prova o que foi aprendido em sala de aula.

3 METODOLOGIA

Os resultados e a discussão apresentados sustentam-se em dados coletados (entre os anos de 2016 e 2017) em "momentos formais" de avaliação em turmas de CDI1 de cursos de Engenharia em que os autores atuam como docentes. São turmas "típicas" composta por 50 estudantes, ingressantes nos cursos, conforme perfil descrito por Trevisan e Mendes (2018).

Por “momentos formais” de avaliação referimo-nos às datas de aulas previamente agendadas para a realização de provas escritas[5]; em média, são propostas entre 6 e 8 provas ao longo do semestre (sendo que algumas das menores notas são descartadas para composição da nota final da disciplina – caracterizando-se como oportunidade de “recuperação”). Possuem formatos diversificados, como por exemplo: (i) inteiramente individual, ou com uma parte individual e outra em dupla ou trio; (ii) podendo ou não realizar consulta; (iii) podendo ou não utilizar TDIC.

Neste artigo, focaremos as provas escritas propostas com utilização de TDIC, com vistas à utilização da tecnologia como aliada à experimentação matemática. Destacamos quatro tarefas de avaliação para serem discutidas e analisadas aqui. Vale ressaltar que nos momentos de trabalho com cada uma dessas tarefas de avalição, os estudantes já estavam inseridos em um ambiente de ensino e de aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas. Organizaram-se em grupos com três integrantes, dispondo de um notebook (trazido por um dos integrantes), com acesso à internet e o software GeoGebra instalado.

No intuito de evidenciar potencialidades da utilização de TDIC (em especial, o software GeoGebra) em “momentos formais” de realização de provas escritas de CDI como um recurso para uma prática avaliativa que tem o intuito primeiro de gerar oportunidade de aprendizagem para os estudantes, tomamos como dados os diários de campo dos pesquisadores, a produção escrita e trechos de diálogo nos grupos.

O Quadro 1 apresenta uma síntese de cada uma das tarefas de avaliação do tipo “aberto controlada.” Esse instrumento de avaliação, segundo Couto, Fonseca e Trevisan (2018, p. 58), seria constituído de questões “que serviriam de ponto de partida para os estudantes raciocinarem sobre a situação”, mas sem direcioná-los pontualmente a uma solução discutidas na continuidade do texto, sendo expresso a que tipo de instrumento de avaliação fez parte, de que modo as TDIC foram utilizadas e os objetivos específicos em cada uma delas, inspirados em Borba, Silva e Gadanidis (2015).

Com a produção escrita dos estudantes em mãos, iniciamos nossa análise, de caráter qualitativo, de cunho interpretativo. Tal análise foi realizada com base em nosso objetivo: analisar as potencialidades das tarefas de avaliação, nos moldes como foram propostas referentes às oportunidades de experimentação apresentadas por Borba, Silva

[5] Além das provas escritas, outros instrumentos avaliativos são utilizados, como relatório escrito (no formato de uma carta) ou portfólio.

e Gadanidis (2015), Quadro 1. Verificar se, ao lidar com essas tarefas de avaliação, que foram promovidas oportunidades de aprendizagem de CDI, ou seja, se esses “momentos formais” de avaliação são momentos de um processo de avaliação como prática de investigação e oportunidade de aprendizagem. É importante destacar que nosso foco de análise está na tarefa e não nas respostas dos estudantes. As respostas sustentam nossas conclusões e, por isso, as utilizamos para ilustrar nossas considerações feitas sobre a tarefa.

Quadro 1 – Síntese das Tarefas de avaliação

	Assunto	Instrumento de avaliação	Recurso Tecnológico	Objetivos específicos
Exemplo 1	Transformação de funções	Prova escrita em grupo	Os estudantes desenvolvem, a partir de comandos descritos no enunciado da tarefa, um objeto interativo no software GeoGebra.	• aprender matemática a partir do lidar com uma tarefa; • criar, testar e avaliar conjecturas matemáticas; • explorar o caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos; • envolver-se com um novo tipo de linguagem na comunicação matemática; • compreender conceitos.
Exemplo 2	Sólido de Revolução	Prova escrita em grupo	Os estudantes executam um aplicativo desenvolvido no GeoGebra, a partir de um link disponibilizado pelo professor.	• aprender matemática a partir do lidar com uma tarefa; • criar, testar e avaliar conjecturas matemáticas; • compreender conceitos; • criar de diferentes tipos de símbolos e notações matemáticas.
Exemplo 3	Regra de L’Hôpital	Prova escrita em grupo	Os estudantes utilizam a rede mundial de computadores e softwares matemáticos.	• aprender matemática a partir do lidar com uma tarefa; • compreender conceitos; • criar atividades matemáticas direcionadas a um objetivo; • conhecer novas dinâmicas, formas de conectividade.
Exemplo 4	Pontos da Parábola	Prova escrita em grupo	Os estudantes utilizam a rede mundial de computadores e softwares matemáticos.	• aprender matemática a partir do lidar com uma tarefa; • explorar o caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos; • envolver com um novo tipo de linguagem na comunicação matemática; • conhecer de novas dinâmicas, formas de conectividade.

Fonte: autores.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Como primeiro exemplo, apresentamos a reformulação da tarefa Transformação de funções[6] (proposta por Trevisan, Elias e Aranda (2016), mencionada anteriormente), que compôs parte de uma prova escrita na disciplina de CDI1, configurando-se como uma tarefa de avaliação. Na Figura 1, temos a tarefa original (antes da reformulação), enquadrada no agrupamento 1 (*uso da tecnologia como recurso para conferência de respostas)* e, no Quadro 2, temos a tarefa reformulada, que passou ser enquadrada no agrupamento *3 (tecnologia como aliada à experimentação matemática).*

Figura 1 - Exemplo de tarefa do 1º agrupamento.

5-10 Esboce o gráfico da equação por translação, reflexão, compressão e alongamento do gráfico de $y = x^2$ de maneira apropriada e, então, use um recurso gráfico para confirmar que seu esboço está correto.

5. $y = -2(x+1)^2 - 3$ **6.** $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 2$

Fonte: Anton, Bivens e Davis (2007, p. 36).

Quadro 2 – Proposta de reformulação da tarefa da Figura 1.

Transformação de funções: Utilizando um software (GeoGebra), insira a equação $y = a(x+b)^2 + c$, na qual $a,\ b$ e c são coeficientes reais quaisquer. Use a ferramenta *controle deslizante* para determinar um intervalo em que cada um desses índices pode variar. Insira, também, a equação $y = x^2$, equação que servirá como base para comparação ao variar $a,\ b$ e c. Para começar a tarefa, assuma os valores iniciais $a = 1$, $b = 0$ e $c = 0$. Repare que, nesse caso, os dois gráficos coincidem. Em cada item, avalie o gráfico e a expressão algébrica que aparece na janela de álgebra.

a) Mantendo os índices a e c fixos, faça o índice b variar.
- i) O que acontece com o gráfico quando b assume valores positivos?
- ii) O que acontece com o gráfico quando b assume valores negativos?
- iii) Com suas palavras, descreva o movimento do gráfico.

b) Mantendo os índices a e b fixos, faça o índice c variar.
- i) O que acontece com o gráfico quando c assume valores positivos?
- ii) O que acontece com o gráfico quando c assume valores negativos?
- iii) Com suas palavras, descreva o movimento do gráfico.

c) Mantendo os índices b e c fixos, faça o índice a variar.
- i) O que acontece com o gráfico quando $a = 0$?
- ii) O que acontece, em comparação a $y = x^2$, quando $a > 1$? Com suas palavras, descreva o movimento do gráfico.
- iii) O que acontece, em comparação a $y = x^2$, quando $0 < a < 1$? Com suas palavras, descreva o movimento do gráfico.
- iv) O que acontece em comparação a $y = x^2$, quando $a < 0$? Com suas palavras, descreva o movimento do gráfico.

d) Varie todos os três índices até chegar no gráfico da equação $y = -2(x+1)^2 - 3$. Dos movimentos descritos nos itens a), b) e c), comente quais foram necessários para, a partir do gráfico $y = x^2$, chegar no gráfico de $y = -2(x+1)^2 - 3$.

Fonte: adaptado de Trevisan, Elias e Aranda (2016).

[6] A tarefa pode ser acessada em http://ggbtu.be/mR8rKSXC9.

No processo de reformulação da tarefa Transformação de funções buscou-se utilizar a ferramenta controle deslizante do software GeoGebra, pois permite uma dinâmica na variação dos coeficientes a, b e c que somente com papel e caneta o estudante teria. Como consequência dessa dinâmica propiciada pelo software, a variedade de testes possíveis de serem realizados é grande, o que permite ao estudante explorar, com mais facilidade e agilidade, os efeitos dessa variação nas transformações do gráfico. Além disso, perceber esses efeitos permite, ainda, aos estudantes levantar e testar hipóteses sem precisar, naquele momento, se preocupar com a construção de cada gráfico gerado a partir dessas variações, como aconteceria sem o uso do software, conforme Borba, Silva e Gadanidis (2015), favorecendo a manipulação dinâmica de objetos construídos e a exploração de caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos.

Nesse sentido, a proposta de reformulação teve como objetivo fazer uso da TDIC para além de uma mera confirmação de resposta, como proposto na tarefa original. Em seu novo formato, permite ao estudante maior liberdade para lidar com as transformações de funções cuja lei de formação está na forma geral $(y = a(x + b)^2 + c)$, explorando noções como translação, expansão e reflexão de gráficos, para depois tirar conclusões acerca do caso particular proposto $(y = -2(x + 1)^2 - 3)$.

Apesar das conclusões serem para um caso particular de função do segundo grau a partir de sua forma canônica $y = x^2$, a tarefa também favorece iniciar uma investigação um pouco mais geral, em um “momento formal” de avaliação, acerca das transformações gráficas de uma função f definida por $y = a\, f(x + b) + c$, sendo f linear, modular, exponencial, logarítmica, trigonométrica. Essa investigação distancia o estudante da prática de construir o gráfico a partir de uma análise tabular de um conjunto pequeno de pares ordenados, análise que acaba por não favorecer uma leitura global das características do gráfico e construção de semelhanças entre as classes de funções canônicas.

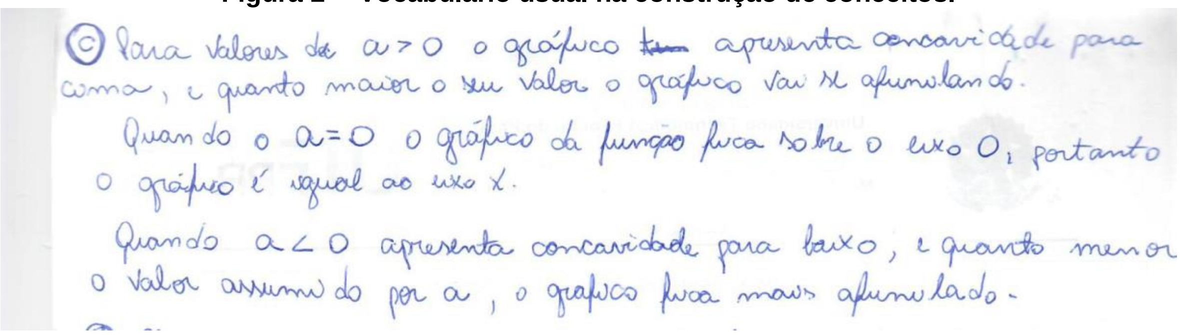
Para além das semelhanças entre as representações gráficas de cada classe de funções, a partir do lidar com essa tarefa, de realizar testes de conjecturas, os estudantes têm a oportunidade de realizarem uma conexão direta entre as representações algébricas e cartesianas (gráficas) de uma função real, o que é um dos objetivos a ser desenvolvido em CDI.

O objetivo da tarefa proposta foi trabalhar as noções de translação, reflexão, compressão e alongamento do gráfico da função definida por $y = x^2$, tal como a tarefa original proposta por Anton, Bivens e Davis (2007). Era esperado que a cada item da tarefa, os coeficientes a, b e c estivessem sempre na posição inicial $a = 1, b = 0$ e $c = 0$. Desse modo, constataram-se os seguintes casos: i) ao manter a e c fixos ($a = 1$ e $c = 0$) e fazendo

b variar, uma translação horizontal do gráfico da função definida por $f(x) = x^2$ em b unidades; ii) ao manter a e b fixos ($a = 1$ e $b = 0$) e fazendo c variar, uma translação vertical do gráfico da função de lei de formação $f(x) = x^2$ em c unidades; iii) ao manter b e c fixos ($b = c = 0$) e fazendo a variar, o alongamento, a compressão ou a reflexão do gráfico de f definida por $f(x) = x^2$.

Acreditamos que tarefas como a apresentada no Quadro 2 ampliam as possibilidades de respostas (produções escritas, orais), uma vez que permitem levantar e testar hipóteses, utilizar seu vocabulário usual para descrever o que observa, sintetiza e avalia em seus procedimentos realizados. Um exemplo disso, proveniente da produção escrita de um grupo de estudantes no desenvolvimento dessa tarefa, foi a utilização de termos como “afunilar” e “dilatar”, conforme apresentado na Figura 2.

Figura 2[7] - Vocabulário usual na construção de conceitos.



Fonte: os autores.

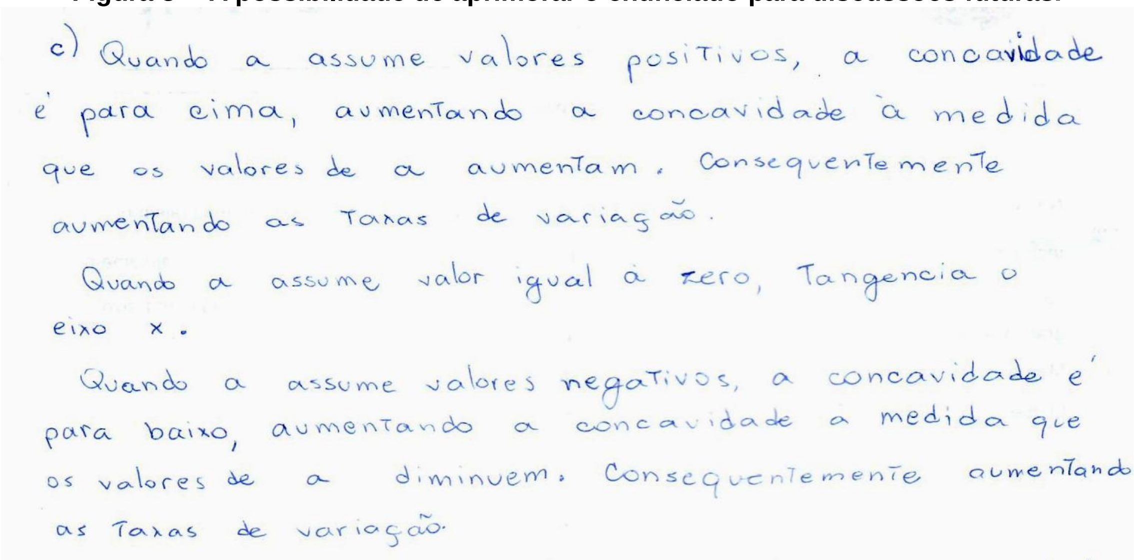
Avaliamos que o uso desses vocábulos foi uma consequência da não sistematização prévia do conteúdo por parte do professor, permitindo uma liberdade na “criação” dos termos em um momento de avaliação. Nosso interesse era em acompanhar a maneira dos estudantes experienciarem, em seus grupos, a matemática em situações de avaliação, envolvendo-se com um novo tipo de linguagem na comunicação matemática.

Nesse caso, alguns questionamentos poderiam ser feitos ao grupo a partir da linguagem natural utilizada. Podemos aumentar o valor de a cada vez mais para que o gráfico “afunile” indefinidamente? Podemos “afunilar” tanto a ponto de que a curva se encontre e coincida com o eixo y? O GeoGebra permite-nos uma aproximação (por meio do *zoom*) a cada aumento do coeficiente a, possibilitando perceber, geometricamente, que a curva não se encontra. De que modo podemos explicar isso algebricamente?

[7] Transcrição: “Para valores de $a > 0$ o gráfico apresenta concavidade para cima, e quando maior seu valor o gráfico vai se afunilando. Quando o $a = 0$ o gráfico da função fica sobre o eixo 0, portanto o gráfico é igual p $eixo - x$. Quando $a < 0$ apresenta concavidade para baixo, e quanto menor o valor assumido por a, o gráfico fica mais afunilado”.

Outra característica que percebemos refere-se à necessidade, por parte do professor, de, constantemente, refletir a respeito da necessidade de aprimoramento do enunciado de tarefas de avaliação. Ao manter b e c fixos e variar a, alguns grupos concluíram sobre o "aumento da concavidade quanto maior o valor de a", como apresentado na Figura 3.

Figura 3[8] - A possibilidade de aprimorar o enunciado para discussões futuras.


c) Quando a assume valores positivos, a concavidade é para cima, aumentando a concavidade à medida que os valores de a aumentam. Consequentemente aumentando as Taxas de variação.

Quando a assume valor igual à zero, Tangencia o eixo x.

Quando a assume valores negativos, a concavidade é para baixo, aumentando a concavidade a medida que os valores de a diminuem. Consequentemente aumentando as Taxas de variação.

Fonte: os autores.

Entendemos que esse aumento da concavidade a que se refere o estudante pode ser melhor discutido em termos da variação da inclinação da reta tangente em determinados pontos (derivada segunda). No caso de uma função do segundo grau, a taxa de variação dos coeficientes angulares das retas tangentes é constante e igual ao coeficiente $2a$, quando a lei de formação da função f é $f(x) = ax^2$. Assim, um aprimoramento do enunciado pode permitir a retomada dessa tarefa em momentos posteriores, em que se pretende discutir a derivada da função f definida por $f(x) = a(x+b)^2 + c$.

Também ressaltamos a possibilidade de resgate de tópicos da Educação Básica por meio da tarefa. Por ser "aberto controlada", a tarefa permitiu uma liberdade para os estudantes citarem conceitos não solicitados, mas relacionados com o tema em discussão. Por exemplo, a noção de raiz de uma equação. Enquanto descreviam o movimento do gráfico ao se manter a e b fixos e variando o coeficiente c, um grupo argumentou que $y = a(x+b)^2 + c$ "assume raiz quando $\mathrm{c} < 0$".

---

[8] Transcrição: "Quando $a = 0$ o gráfico vira uma reta e $y = c$. quando $a > 0$ o gráfico é uma parábola côncava para cima, aumentando sua concavidade com valores maiores de a. Quando $a < 0$ o gráfico é uma parábola côncava para baixo e aumenta sua concavidade para valores mais negativos de a".

Notamos, novamente, a possibilidade de se aprimorar o enunciado a fim de trabalhar essa relação entre a variação do coeficiente c e as raízes da função. É evidente o equívoco em sua argumentação, pois a equação possui raiz, independente de c ser negativo, positivo ou zero[9]. Contudo, a tarefa poderia explorar melhor esse tema, dando espaço para a discussão acerca da relação entre o número de raízes reais de uma função e o número de vezes que seu gráfico cruza com o eixo x. Também identificamos que a orientação de que a cada item a posição inicial dos coeficientes era $a = 1, b = 0$ e $c = 0$ pode não ter ficado clara para os estudantes, o que precisa ser revisto em nossa tarefa.

Essa prática de aprimorar um enunciado de uma tarefa de avaliação vai ao encontro de um dos princípios de uma avaliação a serviço da aprendizagem: as tarefas que compõem uma prova escrita (ou qualquer instrumento de avaliação) devem operacionalizar os objetivos quanto possível. Analisar o modo como os estudantes lidam com a tarefa de avaliação e refletir sobre o seu enunciado é uma ação que o professor precisa realizar. Essa ação favorece entender os potenciais que a tarefa pode ter para cada estudante e possibilidades de ampliá-los. Essa ação é sobre o potencial da tarefa e, não do estudante, no sentido de estudar as possibilidades de discussão que podem ser geradas.

<u>Como segundo exemplo</u>, citamos a utilização, em “momentos formais” de avaliação, da tarefa Sólido de Revolução (Quadro 3, – proposta por Trevisan e Goes (2017)) -, que intenta relacionar tópicos da geometria espacial, associados ao trabalho com o Geogebra, como ponto de partida para a obtenção de uma fórmula geral do volume de um sólido gerado pela revolução de curvas quaisquer.

[9] Dado $y = a(x + b)^2 + c$, se $c < 0$ a equação possui duas raízes reais; se $c = 0$ a equação possui uma raiz real; se $c > 0$ a equação possui duas raízes complexas.

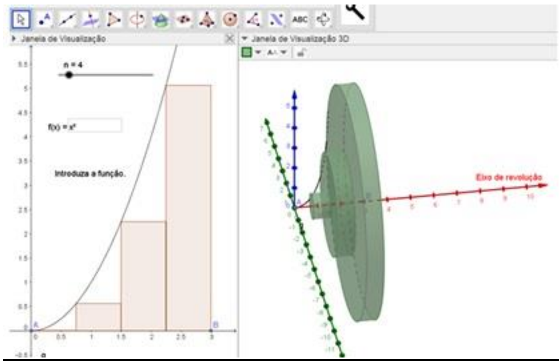
Quadro 3 – Tarefa envolvendo volume de um sólido de revolução.

Execute o aplicativo (imagem abaixo). Movimente o seletor **n** e observe o que acontece nos dois gráficos.

a) Adote $n = 4$. Rotacione o gráfico da direita clicando e segurando com o mouse. Expresse o volume do sólido obtido como uma soma de Riemann. Calcule essa soma.

b) Considerando um **n** qualquer, expresse o volume do sólido como um limite e, em seguida, como uma integral (não é necessário resolvê-la).

c) Utilize a integral construída no item anterior e apresente, em detalhes, os cálculos necessários para determinar o valor exato do volume do sólido obtido considerando $f(x) = x^2$ e o intervalo $[1,3]$.



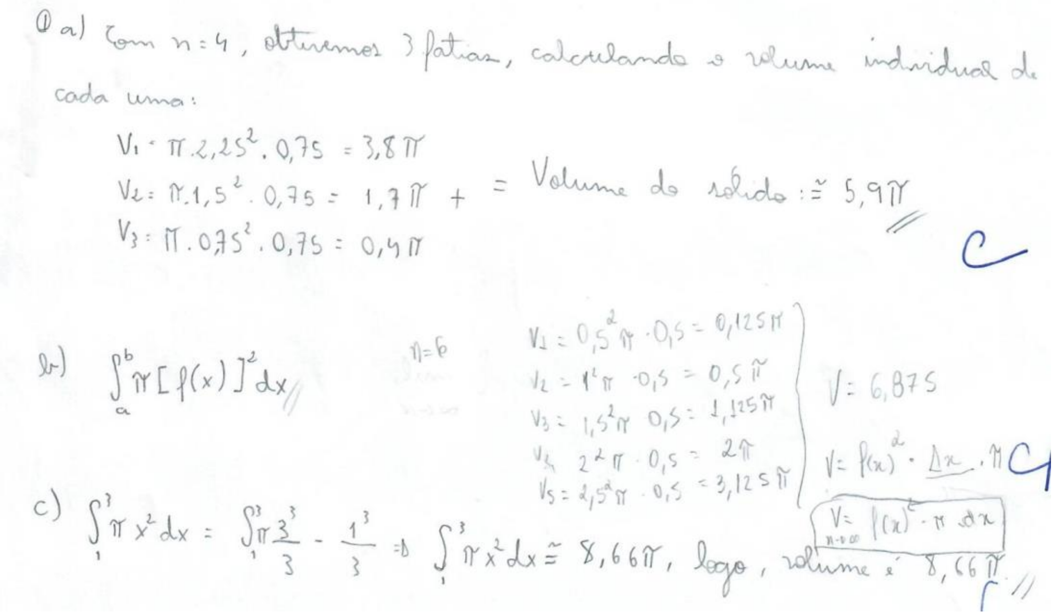
Fonte: Adaptado de Trevisan e Goes (2017).

O objetivo aqui era possibilitar aos estudantes, em um momento de avaliação, transpor conceitos aprendidos em sala de aula de um contexto (área do segmento parabólico) para outro (volume de sólidos de revolução). A mediação pelas potencialidades de TDIC possibilita que a tarefa assuma um caráter de descoberta/reinvenção, visto que os estudantes para os quais foi proposta não haviam tido contato em sala de aula com a aplicação de integrais definidas para o cálculo de volume de sólidos de revolução.

Uma tarefa de avaliação precisa ser clara no sentido de refletir o que o professor realmente deseja que o(s) estudante(s) desenvolva(m), os termos “execute”, “rotacione”, “calcule”, “expresse”, “utilize” são comandos de ação. Esses comandos é que fazem da tarefa uma tarefa aberta controlada, uma tarefa que favorece a exploração de ideias, conjecturas, aprender matemática, compreender os conceitos envolvidos.

Na Figura 4, destacamos a produção escrita de um dos grupos de estudantes. No caso do item (a), para $n = 4$, obtemos três fatias infinitesimais que são aproximadas por um cilindro circular com altura 0,75 e base com área $\pi[f(x)]^2$). Já no item (b), alternar os valores de n por meio do recurso controle deslizante permitiu ao grupo visualizar diferentes possibilidades de “fatiamento” do sólido, contribuindo na elaboração de um modelo de aproximação do volume utilizando Somas de Riemann. Embora o grupo não tenha expressado o volume do sólido como um limite (como solicitado no enunciado, no caso $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \sum_{i=1}^{n} \pi[f(xi)]^2 \, \Delta x$), foi capaz de utilizá-lo de um modo intuitivo, chegando a uma expressão geral escrita na notação de integral definida. Por fim, no item (c), tal expressão é utilizada para se obter o valor exato do volume.

Figura 4 - Produção escrita de um grupo de estudantes na tarefa Sólido de Revolução.



Fonte: os autores.

Nesse contexto, reconhecemos que o grupo de estudantes assumiu um papel de protagonista de seu processo de avaliação, utilizando as potencialidades do GeoGebra e sua própria produção nos itens anteriores para prosseguir na “descoberta” de uma maneira mais geral para se obter o volume de um sólido de revolução. A tarefa assim proposta em contexto de avaliação: (i) ao invés de simplesmente aplicar uma fórmula previamente “exposta”, aos estudantes foi dada a oportunidade de “reinventar” conceitos; (ii) para além de simplesmente identificar similaridade com situações apresentadas previamente em sala de aula, a avaliação assim organizada possibilitou o desenvolvimento de competências para a resolução de problemas; (iii) os estudantes organizaram matematicamente fenômenos, de modo que a tarefa ofereceu, conforme diz Borbs, Silva e Ganandis (2015, p. 55), “caminhos propícios para processos como a formulação de conjecturas, realização de testes, refinamento de conjecturas, familiarização com notações”.

Além disso, proporcionou, por meio de um procedimento já conhecido (calcular integral definida), desenvolver uma estratégia para calcular o volume de um sólido de revolução de uma função f de lei de formação $f(x)$ em torno do $eixo - x$, o que reconhecemos como oportunidade de descobrir conceitos matemáticos, desenvolver o pensamento matemático e modos de investigação (WATSON et al., 2013).

O visual do aplicativo é sugestivo para que o estudante faça “boas” escolhas, pois é possível visualizar os discos, perceber o comportamento dos discos tenderem a círculos à medida que Δx tende a zero, reconhecer que o raio de cada círculo está relacionado à imagem da função. Enfim, incentiva o estudante a combinar raciocínios intuitivos, indutivos, que poderão contribuir ao raciocínio dedutivo. Espera-se que em uma nova tarefa, para esse grupo, na qual se proponha a rotação de uma função f de lei de formação $f(x)$ em torno do $eixo - x$ o recurso não seja necessário (não que seja dispensado).

Como terceiro exemplo, citamos uma tarefa de avaliação na qual os estudantes são convidados a "extrapolar" conceitos ou procedimentos já explorados durante as aulas, o que vai de encontro a esperar que apenas reproduzam na prova o que foi aprendido em sala de aula. Para tal, os estudantes têm acesso tanto a materiais "físicos" para consulta (o que inclui o próprio caderno dos estudantes, livros impressos, formulários etc), quanto digitais (total acesso à internet, podendo consultar livros digitais, blogs, vídeo aulas, etc).

Assim, ao invés de pedir diretamente, em um contexto de avaliação, que se calcule um limite ou resolva uma integral de forma similar àquelas apresentadas previamente durante as aulas (mobilizando apenas procedimentos). Essas tarefas de avaliação são organizadas de modo a solicitar que proponha e resolva seus próprios exemplos (atendendo a determinadas condições), ou "adaptem" procedimentos.

No Quadro 4, é apresentado o enunciado de uma tarefa de avaliação (*Regra de L'Hôpital*) que solicitou aos estudantes propor e apresentar dois limites que envolvessem funções exponenciais e trigonométricas e que para resolvê-los fosse utilizado ao menos duas vezes a Regra de L'Hôpital.

Quadro 4 – Tarefa envolvendo uso da Regra de L'Hôpital.

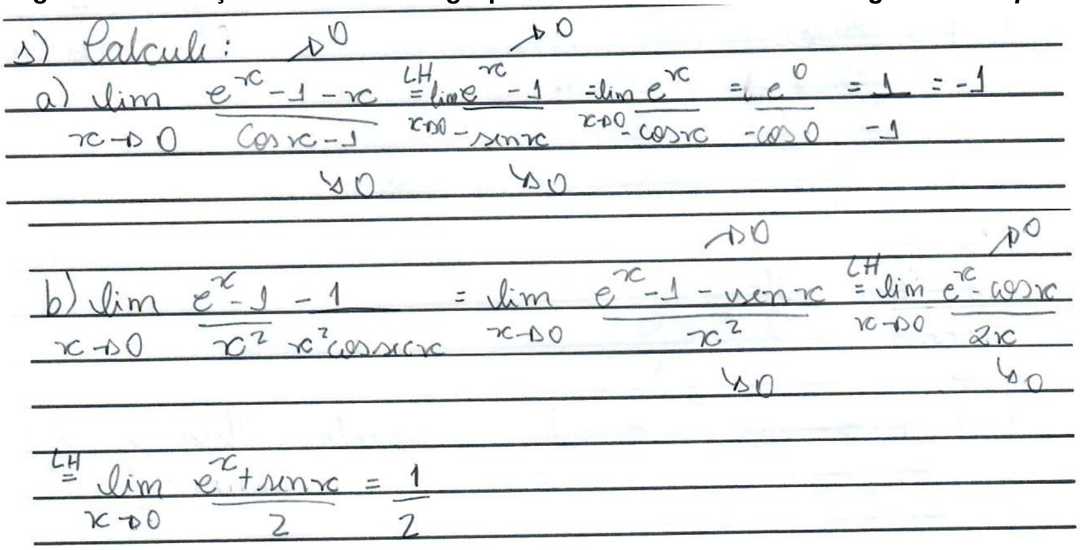
Proponha e resolva dois limites envolvendo combinações de funções exponenciais e trigonométricas, na qual seja necessário utilizar pelo menos duas vezes a regra de L'Hôpital.

Fonte: autores.

A TDIC (nesse caso, a rede mundial de computadores, internet), nessa tarefa tem uma natureza distinta das duas anteriores; é um apoio como um livro didático, sem que o professor faça dele um meio de "controlar" os caminhos que o estudante vai seguir. A sua exploração depende das escolhas de cada grupo: era possível que criassem seus próprios exemplos, ou procurassem um exemplo já resolvido e o adaptassem para atender às condições solicitadas no enunciado da tarefa, ou ainda tivessem a "sorte" de encontrar um exemplo "já pronto". Em qualquer um dos casos, reconhecemos que a tarefa oportunizou: (i) reconhecer situações na qual a regra de L'Hopital pode ou não ser utilizada; (ii) aplicar regras de derivação; (iii) avaliar conjuntamente propriedades de funções de diferentes famílias (exponenciais, trigonométricas, polinomiais).

A Figura 5 é um exemplo de produção, a partir da tarefa avaliativa apresentada no Quadro 4.

Figura 5 - Produção escrita de um grupo de estudantes na tarefa *Regra de L'Hôpital*.



Fonte: os autores.

Em um processo de avaliação a serviço da aprendizagem é desejável que a ação do professor favoreça a cada estudante sentir segurança, assistência e reconheça nesse processo a oportunidade de receber *feedbacks* e de estabelecer um diálogo (funções anexas de uma avaliação segundo (HADJI, 1994)). Assim, se o professor realiza questionamentos, provoca intervenções, acompanha os estudantes na proposição dos exemplos de uma tarefa como a apresentada no Quadro 4, eles desenvolvem o comprometimento de fazer proposições (escolhas) de itens que eles saibam dialogar com o professor, não sendo uma escolha que apenas responde ao que o professor solicitou. As ações do professor podem ser realizadas durante o desenvolvimento da atividade, por meio de questionamentos orais, de intervenções escritas, ou em discussão com toda a turma. Enfim, entendemos com Pedrochi Junior (2012, p. 41), que a avaliação assim organizada se mostrou como uma "ocasião conveniente ao ato de aprender", contribuindo para a aprendizagem dos estudantes.

As intervenções do professor, durante os "momentos formais" de avaliação, podem alimentar um diálogo permanente que permite cada um dos grupos cogerir as suas aprendizagens. O professor chama-lhes a atenção para os pontos fortes e debilidades, a partir de suas escolhas e produções, e, com isso, os faz avaliar o estado em que se encontram.

<u>Como quarto e último exemplo</u>, trazemos o enunciado da tarefa de avaliação Pontos da Parábola (Quadro 5) cuja resolução de um dos grupos é mostrada na Figura 6.

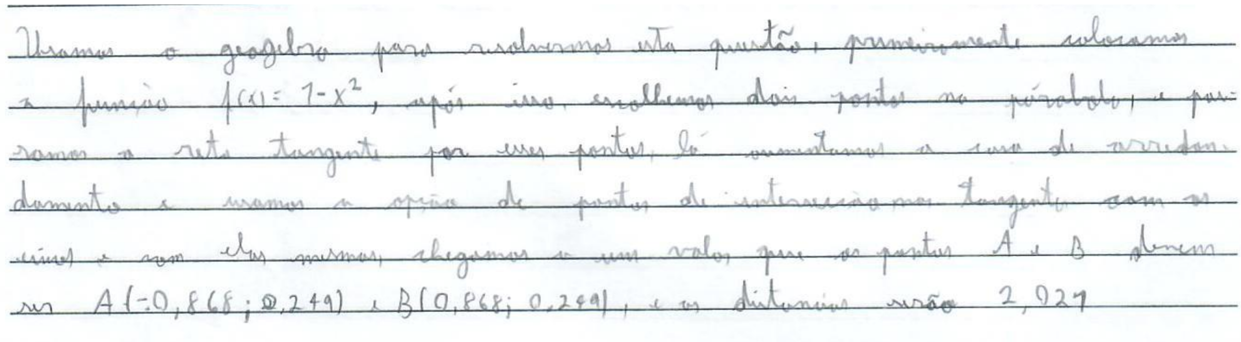
Quadro 5 – Tarefa envolvendo pontos de uma parábola.

Determine as abscissas dos pontos A e B de uma parábola $\mathrm{y} = 1 - \mathrm{x}^2$ de modo que o triângulo formado pelo eixo das abscissas e as retas tangentes à parábola em A e B seja equilátero.

Fonte: os autores.

Trata-se de uma questão cuja resolução pode facilmente ser encontrada na internet, assim como a grande parte – se não a totalidade – das questões que professores usualmente propõem em “listas de exercícios” aos estudantes. Havia assim um “risco” de que os estudantes simplesmente “copiassem” uma resolução já pronta, porém, o grupo em tela opta por lançar mão do GeoGebra e apresentar uma solução bastante criativa para a tarefa proposta, evidenciando a habilidade em utilizar, com eficácia, os recursos que são disponibilizados.

Figura 6[10]: O uso do GeoGebra na estratégia escolhida pelo grupo, para a resolução da tarefa Pontos da Parábola.


Usamos o geogebra para resolvermos esta questão, primeiramente colocamos a função $f(x)= 1-x^2$, após isso, escolhemos dois pontos na parábola, e passamos a reta tangente por esses pontos, lá aumentamos o uso de arredondamento e usamos a opção de pontos de intersecção nas tangentes com os eixos e com elas mesmas, chegamos a um valor que os pontos A e B devem ser A(-0,868; 0,249) e B(0,868; 0,249), e as distâncias serão 2,021

Fonte: os autores.

O fato de o grupo lançar mão, por conta própria, de uma TDIC como a estratégia para resolver a tarefa nos faz concluir que: (i) o uso contínuo do *software* GeoGebra em outras tarefas de avaliação propostas pelo professor fez com que os estudantes considerem esse recurso como uma ferramenta útil para a resolução de tarefas, fazendo dele um aliado na experimentação matemática; (ii) o contexto propiciado pelo professor da disciplina, que permite diferentes materiais para consulta, possibilita aos estudantes que a avaliação se caracterize como uma prática de investigação e oportunidade de aprendizagem; não como um momento de reprodução do que foi memorizado.

[10] Transcrição: “Usamos o GeoGebra para resolvermos esta questão, primeiramente colocamos a função $f(x) = 1 - x^2$, após isso, escolhemos dois pontos na prábola e passamos a reta tangente por esses pontos, lá aumentamos o uso de arrendondamentos e usamos a opção de pontos de intersecção nas tangentes com os eixos e com elas mesmas, chegamos a um valor que os pontos A e B devem ser A(-0,868; 0,249) e B(0,868; 0,249) e as distâncias serão 2,021”.

5 CONCLUSÕES

Com base nos dados aqui apresentados, inferimos que, em “momentos formais” de avaliação, a proposição de tarefas que envolvem o uso de TDIC:

i) permite que os estudantes experienciem novas dinâmicas de aula e de avaliação, deslocando o professor do centro das ações e posicionando-os como indivíduos ativos no processo;
ii) favorecem a experimentação matemática dos estudantes, ao mesmo tempo em que permitem ao professor acompanhar e avaliar o decorrer de tal experimentação;
iii) favorecem a conexão de algumas das hipóteses e reflexões levantadas pelos estudantes durante a resolução das tarefas a outras tarefas de avaliações que envolvem conceitos matemáticos posteriores, aprimorando novos enunciados;
iv) faz com que os estudantes vejam as TDIC como aliadas em seu processo de aprendizagem, uma vez que esses recursos estão liberados, também, em contextos avaliativos (Diferente de modelos tradicionais em que TDIC são permitidas – quando são – apenas durante as aulas não avaliativas).

Com relação ao desenho das tarefas de avaliação que envolvem a utilização de TDIC formulamos, como resultado de nossa investigação, dois princípios básicos que o professor deve considerar. O primeiro refere-se aos comandos no enunciado. Precisam ser claros e objetivos: eles favorecem aos estudantes escolher estratégias que os levam na direção do objetivo desejado (desenvolva, deduza, calcule). Eles têm uma estreita relação com a função das TDIC na tarefa, podendo servir para desenvolvimento de conceitos matemáticos (Exemplo 1), exploração de conceitos matemáticos (Exemplo 2, Exemplo 4), aplicação e pesquisa de exemplos (Exemplo 3). Além disso, são esses comandos que deixam explícito o que espera deles.

Outro princípio é referente ao potencial dinâmico que a utilização de TDIC traz para uma tarefa de avaliação, o que possibilita aos estudantes explorar noções visuais de processos que envolvem infinitésimos, infinitos, como o de limite, derivada e integral. Essa exploração pode ser uma estratégia para a aprendizagem de CDI, uma vez que a noção de infinitésimos e de infinito gera dificuldades persistentes e difíceis de serem enfrentadas tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior.

Esses dois princípios têm em comum a característica de facilitarem um diálogo oral, escrito, gestual entre estudantes e professores, possibilitando que a avaliação se torne uma ação de investigação e intervenção (TREVISAN; MENDES; SOUZA, 2015). Conforme aponta Hadji (1994, p.106), “avaliação é uma ocasião para recolher e fornecer informações”. Essas informações podem ser fornecidas por meio de intervenções durante o “momento formal” de avaliação, ao professor: “andar” pelos grupos e observar a realização de cada grupo, por meio de intervenções durante as futuras aulas, ou em atividades de contraturno. De qualquer modo, em uma perspectiva de avaliação como prática de investigação e oportunidade de aprendizagem, aqueles que produziram (produtores – os estudantes) precisam receber um retorno acerca de suas produções, no sentido que lhes permitir a progredir com vistas a melhores produções (HADJI, 1994).

Em turmas numerosas de CDI, a utilização de tarefas de avaliação do tipo aberto controlada tem sido um caminho profícuo para o professor analisar o desenvolvimento dos estudantes e o modo de lidar com as ferramentas matemáticas e, então elaborar retornos a respeito de seus trabalhos. Nesse caminho, o professor está centrado sobre o percurso do estudante, privilegiando oportunidades de apresentar novas produções, para então, ao final do semestre letivo, com vistas a todo processo vivenciado, tomar uma decisão referente ao desenvolvimento de cada um deles com relação aos objetivos centrais da disciplina.

Vale destacar que, na dinâmica de avaliação aqui analisada, as produções em cada grupo, *a priori*, são individualizadas (no sentido de possibilitarem a construção, pelo grupo, de respostas que não cabem em um “gabarito preestabelecido”. Elas estão associadas às manipulações realizadas e às discussões realizadas no pequeno grupo, mas ao analisar essas respostas o professor tem a oportunidade de recolher informações e, então elaborar intervenções que sirvam para todos.

Em síntese, na discussão aqui apresentada, procuramos evidenciar que o contexto de sala de aula (ensino, aprendizagem, avaliação) precisa entrelaçar-se com as TDIC disponíveis, devendo o professor propor encaminhamentos que subvertam aspectos, mitos e ritos de nossas práticas avaliativas de modo a contribuir para diminuir a artificialidade dos momentos formais de avaliação, como o de realizar uma prova individual, sem consulta, com tempo estipulado e em que se acredita que o resultado de acertos “mede” a aprendizagem.

Precisamos cada vez mais nos debruçar em estudos comprometidos referente às qualidades das tarefas, tanto de ensino e de avaliação. Refletir sobre o que seria preciso “ter” em nossas provas em que o acesso às TDIC não forneça respostas imediatas, de modo que, em “momentos formais” de avaliação, com nossos estudantes sintam vontade de resolver uma tarefa.

REFERÊNCIAS

ALLAL, L. Estratégias de avaliação formativa: concepções psicopedagógicas e modalidades de aplicação. In: ALLAL, L.; CARDINET, J.; PERRENOUD, P. (Org.). **A avaliação num ensino diferenciado**. Coimbra: Almedina, p. 175-209, 1986.

ANTON, H.; BIEVENS, I.; DAVIS, S. **Cálculo**, 4. ed. Bookman, 2007.

BARLOW, M. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BORBA. M.C.; SILVA, R. S. R; GADANIDIS, G. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática. **Sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BURIASCO, R. L. C; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B. A avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). **Bolema**, Rio Claro, n. 33, p. 69 - 96 2009.

COUTO, A. F.; FONSECA, M. O. S.; YY, A. L. Aulas de Cálculo Diferencial e Integral, organizadas a partir de episódios de resolução de tarefas: um convite à insubordinação criativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 4, p. 50-61, 2017.

ESTEBAN, M. T. Avaliar: ato tecido pelas imprecisões do cotidiano. In: GARCIA, R.L. (Org.). **Novos olhares sobre a alfabetização**. São Paulo: Cortez, 2000. p.175-192.

GAFANHOTO, A. P.; CANAVARRO, A. P. A adaptação das tarefas matemáticas: como promover o uso de múltiplas representações. *In: PONTE, J. P. (Org.).* **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p.113-132.

HADDIF, G. N. Principles of redesigning an e-task based on a paper-and-pencil task: The case of parametric functions. 10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 2016, Dublin. **Anais...** CERME, 10. Dublin: 2016, p. 1-9.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo**. 4. ed. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

HADJI, C. **A avaliação desmistificada**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

LITHNER. J. A research framework for creative and imitative reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, v.67, n.3, p. 255–276, 2008.

MENDES, M. T.; BURIASCO, R. L. C. de. O dinamismo de uma prova escrita em fases: um estudo com alunos de Cálculo e Integral. **Bolema**, v. 32, p. 653-672, 2018.

PEDROCHI JUNIOR, O. **Avaliação como oportunidade de aprendizagem**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

REIS, F. S. Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise. In: Lilian Nasser; Maria Clara Rezende Frota. (Org.). **Educação Matemática no Ensino Superior:** Pesquisas e

Debates**.** 1.ed. Recife - PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2009, v. 1, p. 81-97.

TREVISAN, A. L; MENDES, M. T. Aprendizagens de um grupo de professores que discutem avaliação da aprendizagem escolar. V Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática, 2015, Campinas. **Anais...** Campinas: Editora da Unicamp, v. 4, p. 115-127, 2015.

TREVISAN, A. L; MENDES, M. T.; SOUZA. Quando a avaliação torna-se uma ação de investigação e intervenção: produções matemáticas de estudantes do 7º ano em uma prova em fases. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 4, p. 103-117, 2015.

TREVISAN, A. L; BORSSOI, A.H.; ELIAS, H. R. Delineamento de uma Sequência de Tarefas para um Ambiente Educacional de Cálculo. VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirinópolis/GO, 2015. **Anais**... Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 6, Brasília: SBEM, 2015, p.1-12.

TREVISAN, A. L.; ELIAS, H. R.; ARANDA, V. Um estudo de tarefas de Cálculo Diferencial e Integral com auxílio de recursos computacionais. VII Congresso Mundial de estilos de aprendizagem. **Anais...** Congresso Mundial de estilos de aprendizagem, 7, Bragança - Portugal: Biblioteca Digital do IPB, p.1908-1916, 2016.

TREVISAN, A. L; GOES, H. H. D. Sugestão para sua aula: Integral definida na geometria: tarefas para o cálculo de volumes **Boletim Gepem**, v. 71, p. 136-140, 2017.

TREVISAN, A. L; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, p. 353-373,2017.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral pautados em episódios de resolução de tarefas: uma proposta de caracterização. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, p. 209-227, 2018.

WATSON, A et al. Task Design in Mathematics Education. MARGOLINAS, C et al. (Eds.). **Proceedings...** ICMI, 22. Oxford: ICMI, 2013, p. 9-16.