Debates em Educação

Programa de Pós-graduação em Educação (PPGE)
UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

ISSN Eletrônico 2175-6600

Vol. 11 | Nº. 25 | Set./Dez. | 2019

Aline Vaccari
Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO)
alinevaccari@hotmail.com

Dallan Marcelo Gregório
Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO)
dallan_marcelo@hotmail.com

Marcio André Martins
Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO)
prof.mmartins@gmail.com

UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE PENSAMENTO ALGÉBRICO, RACIOCÍNIO DEDUTIVO E INDUTIVO COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

RESUMO

Buscamos investigar a ocorrência dos raciocínios dedutivos e indutivos associados ao pensamento algébrico em práticas pedagógicas envolvendo o ensino de Álgebra, com estudantes do Ensino Médio. Conduzimos a experiência com base nos preceitos da pesquisa qualitativa e interpretativa, mais especificamente, no estudo de caso segundo Lüdke e André (1986). Adotamos como instrumentos de coleta de informações a observação participante, a produção escrita dos estudantes e a composição de um diário de campo. Para análise dos dados consideramos a Análise de Conteúdo, segundo Bardin (2011). Os resultados evidenciam que os estudantes têm dificuldade na elaboração do raciocínio algébrico, o que pode estar correlacionado com a falta de abordagens lógico-dedutivas em sala de aula.

Palavras-chave: Pensamento algébrico. Raciocínio lógico-dedutivo. Raciocínio indutivo.

AN INVESTIGATION ABOUT ALGEBRAIC THINKING, DEDUCTIVE AND INDUCTIVE REASONING WITH STUDENTS OF HIGH SCHOOL

ABSTRACT

We seek to investigate the occurrence of deductive and inductive reasoning associated to algebraic thinking in pedagogical practices involving the teaching of Algebra, with High School students. We conducted the experiment based on the precepts of qualitative and interpretive research, more specifically in the case study according to Lüdke and André (196). We adopted as participatory observation ins-truments, the written production of the students and the composition of a field diary. For data analysis we consider Content Analysis, according to Bardin (2011). The results show that students have difficulty in the elaboration of algebraic reasoning, which may be correlated with the lack of logical-deductive approaches in the classroom.

Keywords: Algebraic thinking. Logical-deductive reasoning. Inductive reasoning.

Submetido em: 22/10/2018
Aceito em: 07/02/2019
Publicado em: 23/12/2019

http://dx.doi.org/10.28998/2175-6600.2019v11n25p56-70

1 INTRODUÇÃO

Conceber que a educação é o ato de preparar os estudantes para uma realidade que exigirá cada vez mais habilidades e eficácia no desenvolvimento de tarefas e na resolução de problemas, tem promovido junto aos professores e às escolas uma reflexão sobre suas práticas pedagógicas. As características do século que vivenciamos são únicas, permeadas pelas novas tecnologias digitais, evidenciando a necessidade de respostas rápidas e precisas nas mais diversas situações-problema. Nesse contexto, a Matemática tem papel fundamental, pois está relacionada com outras áreas do conhecimento, no sentido de contribuir com a estruturação do pensamento e na codificação do conhecimento em uma linguagem universal.

Ao olhar para os conhecimentos relativos à Matemática, acumulados durante os séculos, compreendemos que estes são complexos e abrangentes. Imaginar que o estudante da Educação Básica deveria aprender isso tudo é tarefa inapropriada, porém, nota-se uma exigência cada vez maior em relação aos conhecimentos necessários ao exercício da cidadania. Se por um lado as pessoas não necessitam dominar toda a matemática teórica e sofisticada, é indispensável o desenvolvimento das capacidades de analisar, conjecturar, sintetizar, abstrair, deduzir, interpretar, confrontar, fazer analogias, projetar e tomar decisões. Para além de manipular técnicas e algoritmos com símbolos, o processo de ensino e aprendizagem da Matemática deve propiciar ao estudante a construção do conhecimento lógico-matemático.

No que se refere ao raciocínio matemático, vale destacar que seu desenvolvimento não se dá por um processo simples de memorização de conceitos ou procedimentos repetidos. Isso nos levaria à compreensão de que a Matemática é apenas um conjunto de regras isoladas ou desconexas e não algo lógico e coerente (ME, 2007). Para o *National Council of Teachers of Mathematics* - NTCM (2007) desenvolver essa capacidade de raciocínio significa proporcionar aos estudantes a oportunidade de está frente a situações, tarefas que necessitem e estimulem o raciocínio.

Raciocinar é primordial para a utilização correta da Matemática e, muitas vezes, para a sua perfeita compreensão (NTCM, 2007). Notamos, quando em sala de aula, grande dificuldade dos estudantes do Ensino Médio em operacionalizar e resolver situações que envolvam equações ou inequações, ou seja, naquelas situações em que se faz necessária a algebrização. É notória a dificuldade de pensar que a “letra”, incógnita, possa figurar como se fosse outra coisa, ou seja, estar no lugar de, mesmo em situações que esse raciocínio lógico-matemático poderia ser um aliado potencial. Assim, compreender de certa forma como os estudantes constituem este raciocínio torna-se um fator importante para se pensar o ensino da Matemática.

Investigações neste certame não são incomuns e não tão recentes. Encontramos em Dias (2000) a investigação do pensamento lógico realizado pelos estudantes nas séries iniciais do Ensino Fundamental e sua capacidade de detectar inconsistências lógicas, seja em textos nos quais haja inconsistências explícitas ou implícitas. A autora objetiva constatar, se é necessário, alguns anos a mais para que os estudantes das séries iniciais apresentem esse tipo de raciocínio lógico, ou seja, que possa fazer uso de raciocínios silogísticos. Para realização da pesquisa, a autora recorreu à metodologia quantitativa, com base na Análise de Variância. O ambiente da investigação se deu em duas escolas, uma que contava com a prática pedagógica da contação de histórias e outra que não. Então, as situações foram comparadas e os resultados obtidos refutam a hipótese inicial do estudo, isto é, que não era necessário aos estudantes terem idade mais avançada para a elaboração de raciocínios silogísticos.

Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012) investigaram qualitativamente os processos de raciocínio realizados por quatro estudantes, dois do nono ano do ensino básico e dois do segundo ano do ensino superior, quando estes desenvolvem tarefas matemáticas. Procuraram os autores aspectos relacionados à significação e à representação. Como resultados evidenciam uma clara discrepância entre a compreensão do domínio da linguagem algébrica, principalmente por parte dos estudantes do Ensino Básico. Essa pesquisa evidencia que a insuficiência da compreensão da linguagem algébrica torna-se fator impeditivo para a resolução dos problemas propostos, o que não ocorre com os estudantes do Ensino Superior. A pesquisa indica que a maioria dos estudantes adotam inicialmente estratégias indutivas para, apenas em um segundo momento, apresentar capacidades visíveis para o raciocínio dedutivo. No que se refere aos níveis de significação, nota-se expressiva diferença em relação ao que diversos estudantes demonstraram poder construir ou mobilizar significados relevantes.

Martins *et al*. (2017) estudam os raciocínios silogísticos em atividades matemáticas que envolvem Geometria para a detecção de incoerências ou obtenção de conclusões com estudantes da Educação Infantil, do Fundamental e Ensino Médio. Trata-se de uma investigação de cunho qualitativo e interpretativo, em que os resultados sugerem que os estudantes lançaram mão de inferências lógicas ao se utilizarem de afirmações (*Modus Ponnes*), negação (*Modus Tollens*) e transitividade (Silogismo Hipotético).

Neto (2008) propõe um estudo sobre o raciocínio lógico formal inerente aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Médio, pois argumentar logicamente, analisar e interpretar criticamente as informações são princípios norteadores para o ensino de Matemática. O autor se questiona: as dificuldades que os estudantes apresentam em produzir justificativas podem estar relacionadas ao desuso, ou uso incorreto, de uma estrutura lógica básica? Assim, o seu trabalho se iniciou discorrendo sobre os fundamentos da epistemologia utilizando das bases teóricas de Vigotsky e Piaget, que tratam da origem e da evolução das estruturas do pensamento lógico formal, e sugere atividades inspiradas no programa *Tarski's World*. Considerando a estrutura proposta pela Engenharia Didática, o autor criou, aplicou e analisou atividades para estimular o uso da lógica formal na compreensão dos conectivos lógicos e quantificadores, com estudantes do 2º ano do ensino médio.

Nesse contexto, a problemática deste trabalho está assentada nas dificuldades inerentes ao raciocínio matemático algébrico e lógico-dedutivo, manifestada pelos estudantes da Educação Básica. Em específico, delimitamos a seguinte questão norteadora da investigação: o que é possível identificar com relação ao método dedutivo e indutivo nas estratégias de resoluções empregadas pelos estudantes do Ensino Médio em atividades que abrangem o pensamento algébrico?

Nesse encalço, tecemos uma seção que visa identificar os principais aspectos que caracterizam o raciocínio algébrico, conforme a literatura vigente e os tipos de raciocínio dedutivo e indutivo, caracterizando-os. Logo em seguida, selecionamos algumas atividades para que fossem desenvolvidas pelos estudantes e, por fim, procedemos às análises dos dados coletados à luz do arcabouço teórico escolhido.

2 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Lüdke e André (1986) afirmam que pesquisas qualitativas têm galgado muito espaço principalmente naquelas relacionadas à educação, uma vez que apresenta potencialidades para estudar aspectos relacionados à escola. A pesquisa qualitativa tem por característica principal a interpretação do mundo real, ou seja, seu objeto de estudo são as pessoas e suas atividades e os considera, segundo Prus apud Moreira (2002, p. 50-51) "não apenas agentes interpretativos de seus mundos, mas também compartilham suas interpretações à medida que interagem com outros e refletem sobre suas experiências no curso de suas atividades cotidianas".

Moreira (2002) apresenta seis características básicas dessa abordagem metodológica: a primeira delas é a interpretação como centro do processo; impera a subjetividade na análise; não há passos rígidos a seguir; o foco da análise está no processo e não nos resultados; o contexto está atrelado à forma como os agentes se portam frente à experiência; há influências mútuas entre objeto de pesquisa e pesquisador.

Dentre os diversos tipos de pesquisa qualitativa, situamo-nos no estudo de caso, pois buscamos compreender um caso em particular: analisar os raciocínios movidos por 20 estudantes com faixa etária entre 14 e 16 anos de uma turma do Ensino Médio do município de Guarapuava- PR (na qual um dos autores é professor titular) o que confere com o preconizado por Lüdke e André (1986, p. 17): "o caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenvolver do estudo". O procedimento de coleta de dados se deu por meio de três meios: plano de ação do docente; os materiais produzidos pelos estudantes quando da realização das tarefas e observação participante do pesquisador.

Para análise de dados recorremos Às orientações de Bardin (2011) em suas três específicas: pré-análise, exploração do material, inferência e interpretação.

As tarefas foram selecionadas de modo a permitir que identificássemos a utilização de estratégias de resolução que envolvessem raciocínios lógico-dedutivos associados ao pensamento algébrico. Além disso, o planejamento previu a duração da implementação em dois encontros com a duração de duas aulas.

Durante a implementação, os estudantes foram organizados em sete grupos com dois ou três integrantes, identificados como G1, G2, G3, G4, G5, G6, G7 no intuito de preservar a identidade de cada um dos estudantes.

Realizada a implementação, completamos o corpus da pesquisa, isto é, segundo Bardin (2011, p. 126), os elementos que serão "submetidos aos procedimentos analíticos" e exploramos na intenção de "estabelecer contato com os documentos a analisar e em conhecer o texto". Além disso, lançamos olhares ao desenvolvimento das tarefas pelos estudantes, visando a identificar os raciocínios lógico dedutivo e indutivo utilizados pelos estudantes, nas resoluções que poderão nos levar à definição de possíveis unidades de análise.

3 RACIOCÍNIOS INDUTIVO, RACIOCÍNIO DEDUTIVO E PENSAMENTO ALGÉBRICO

No âmbito da pesquisa científica, o método indutivo consiste em se chegar a uma lei ou regra geral, por meio da observação de alguns casos particulares sobre aquilo que se observa. O método indutivo se origina em considerações particulares sobre determinados fenômenos e finda em leis e teorias gerais. Para Diniz (2008, p. 3) é necessário para fazer uso do método indutivo e que se sigam alguns procedimentos pelo pesquisador ou estudante:

> [...] observação sistemática dos fenômenos; elaboração de classificações a partir da descoberta de relação entre os fenômenos observados; construção de hipóteses (verdades provisórias) a partir das relações observadas; verificação das hipóteses por meios de experimentações e testes; construção de generalizações, a partir dos resultados experimentados e testados, servindo como explicação para outros estudos que apresentem casos similares; confirmação das hipóteses para se estabelecer as leis gerais sobre os fenômenos investigados.

Ferreira (1998) por sua vez, afirma que o método indutivo está ancorado em dois pressupostos que se fundamentam na ideia de que existe um determinismo nas leis observadas na natureza: certas causas produzem sempre os mesmos efeitos, sob as mesmas circunstâncias e determinações e a verdade observada em situações investigadas, torna-se verdade para toda situação universal correspondente.

Mezzaroba e Monteiro (2003, p. 63) afirmam que o objetivo do método indutivo é "chegar a conclusões mais amplas do que o conteúdo estabelecido pelas premissas nas quais está fundamentado".

Nos aspectos que tangem à Matemática, Polya (1954) corrobora a ideia de que a indução tem sua origem na observação e afirma que, por meio desta observação são desenvolvidas conjecturas que deverão ser testadas. Afirma ainda, que este tipo de raciocínio, indutivo, se apresenta com certa frequência na resolução de problemas matemáticos, quando envoltos em situações que demandam generalização e analogias, por exemplo. Oliveira (2002, p. 174) assinala que aquele estudante que resolve algo por analogia se utiliza de indução, pois para o autor "quem induz fá-lo por analogia, i.e., a pessoa infere a semelhança das conclusões a partir da diferença dos fatos", enfatizando que a principal característica é a heurística, ou seja, formam-se ideias e conjecturas que poderão ser experimentadas e comprovadas.

Dessa forma, podemos concluir que um argumento indutivo é feito por um caminho de observações particulares, chamadas premissas, que são assumidas como verdadeiras, fazendo com que a generalização, ou seja, a conclusão possa ser verdadeira. Lakatos e Marconi (2000, p. 63) apresentam um exemplo simples, porém pedagógico de um pensamento indutivo: "todos os cães que foram observados tinham um coração. Logo, todos os cães têm um coração". Desta maneira, se assumirmos como verdadeira a premissa de que "todos os cães que foram observados tinham um coração", somos induzidos a concluir que "todos os cães têm um coração".

O método indutivo, no entanto, possui certas restrições em seu uso, pois a sua aceitabilidade como não falho é incorreta. Vejamos esse exemplo que nos é dado por Mezzaroba e Monteiro (2003, p. 63) que citam a possibilidade de um dado jornal estar veiculando notícias sobre um caso de corrupção que envolve certo magistrado, e que um cidadão, no uso do senso comum e do pensamento indutivo, reflete: "[...] - Se aquele juiz "X" é corrupto, logo todos os juízes também são!" Nesse caso, a generalização não é necessariamente verdadeira.

Dessa forma, a utilização do método indutivo requer, de seu usuário, a certeza que a relação que ele pretende generalizar é verdadeira para que não cometa equívocos.

Diferentemente do método indutivo, o método dedutivo parte de uma lei ou teoria geral ou universal, e por meio de argumentos lógicos, chega a uma conclusão particular. Esse é um dos principais raciocínios utilizados em matemática e está associado a demonstrações. As demonstrações para serem realizadas se utilizam de certo número de encadeamentos de afirmativas, organizados de modo lógico-dedutivo que justificam essa ordem. Oliveira (2008, p. 7) justifica que uma vez colocados de modo correto esses pensamentos ou encadeamentos, "o raciocínio dedutivo produz conclusões que são necessariamente válidas", e forma, por sua vez , (idem, p. 178); "o elemento estruturante, por excelência, do conhecimento matemático" que parte de uma situação geral para uma situação em particular, permitindo a validação do pensamento.

Em acordo com esta proposta, Diniz (2008, p. 6) nos afirma:

> [...] o exercício metódico da dedução parte de enunciados gerais (leis universais) que supostos constituem as premissas do pensamento racional e deduzidas chegam a conclusões. O exercício do pensamento pela razão cria uma operação na qual são formuladas premissas e as regras de conclusão que se denominam demonstração.

De modo sucinto, Lakatos e Marconi (2000, p. 63), apresentam um exemplo da utilização do raciocínio dedutivo: “Todo mamífero tem um coração. Ora, todos os cães são mamíferos. Logo, todos os cães têm um coração”. Mezzaroba e Monteiro (2003, p. 65) escrevem que a questão principal relacionada ao método dedutivo está “[...] na relação lógica que deve ser estabelecida entre as proposições apresentadas, a fim de não comprometer a validade da conclusão. Aceitando as premissas como verdadeiras, as conclusões também serão”.

Assim, no exemplo apresentado no parágrafo anterior, para podemos inferir que a conclusão é verdadeira, precisamos ter estabelecido que todas as premissas sejam verdadeiras – “Todo mamífero tem um coração” e “Os cães são mamíferos” - e, que no caso se confirmaram, e assim, a conclusão verdadeira – “Todos os cães tem um coração” – já estava implícita nas premissas. Se, por ventura, uma das premissas for falsa, a conclusão poderia não ser verdadeira, ou seja, não seria possível se concluir sobre o valor lógico da conclusão – se verdadeira ou falsa.

Sem o objetivo de esgotar a discussão teórica entre indução e dedução, Salomon (1996, p. 30) apresenta duas diferenças básicas entre os métodos indutivo e dedutivo.

> Primeiro, no método dedutivo, todas as premissas são verdadeiras, logo, a conclusão deve ser verdadeira. Já no método indutivo, se todas as premissas são verdadeiras, a conclusão possivelmente é verdadeira, mas não necessariamente. A segunda diferença é que no método dedutivo, todas as informações já estavam previstas nas premissas, mesmo que indiretamente. No método indutivo, a conclusão traz ideias que não estavam presentes nas premissas.

No tocante ao pensamento algébrico, a origem da palavra Álgebra vem do árabe *al-jabr* que significa ciência da restauração. Caracteriza-se pelo uso de letras e expressões literais em que se realizam operações. Desenvolver a capacidade de expressar uma situação em uma linguagem algébrica é fundamental para a análise e interpretação de situações do cotidiano, tanto na matemática quando nas demais áreas do conhecimento (BEZERRA, 2016).

Lins e Gimenez (1997, p. 137) consideram que a Álgebra consiste em “um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade”.

Possuir a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e inequações e funções faz parte do pensamento algébrico. Utilizar-se de outras relações e estruturas matemáticas, e saber usá-las em prol de interpretações e resolução de problemas, também faz parte do pensamento algébrico (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10).

O pensamento algébrico demanda três competências e habilidades, segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11, grifos dos autores)

> **Representar:** ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos. **Raciocinar:** relacionar (em particular, analisar propriedades); generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensões das regras; deduzir. **Resolver problemas e modelar situações:** usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (equações e inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

A partir da Álgebra, podemos representar por meio de símbolos situações cotidianas, observar determinados padrões e elaborar generalizações. Porém, segundo Bezerra (2016), muitas vezes, a falta de domínio da linguagem matemática por parte do aluno, gera grande parte dos problemas de aprendizagem matemática, já que em certas situações o aluno não tem elementos simbólicos suficientes para poder expressar aquilo que deseja.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> [...] os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados (BRASIL, 1998, p. 117).

O desenvolvimento do pensamento algébrico, ainda em conformidade com os PCN, deve se dar por meio do uso de situações de aprendizagem, de forma a induzir o aluno a:

> Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas; traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções; Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras; Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico (BRASIL, 1998, p. 64).

Blanton e Kaput (2005, p. 413) definem o pensamento algébrico como "processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações por meio de discurso argumentativo, e as expressam de forma progressivamente mais formal e apropriada à sua idade". (tradução nossa).

Silva (2013, p. 7) defende que "o estudo dos temas algébricos deve ser feito de forma contínua e progressiva, em todos os anos de escolaridade e deverão ser estabelecidas conexões com outras áreas, em especial com a aritmética e a geometria".

O uso da linguagem algébrica tem relevante importância para o ensino de matemática e para as ciências, pois de acordo com Panossian (2008, p. 69):

> [...] a linguagem científica, matemática, algébrica ao mesmo tempo em que é ou deveria ser um objeto (deve ser ensinada com suas características particulares) no processo de aprendizagem das ciências em geral e também da Matemática, é usada como instrumento de mediação do professor no seu processo de ensino. Ensina-se a linguagem enquanto ela é usada para ensinar. A linguagem algébrica precisa ser ensinada e é também usada no ensino para resolver as situações-problema e representar fenômenos da realidade objetiva.

Os elementos que caracterizam o pensamento algébrico são, conforme Fiorentini *et al.* (1993, p.87) a "percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização". Para eles (idem, p. 88):

> [...] não existe uma única forma de se expressar o pensamento algébrico. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica.

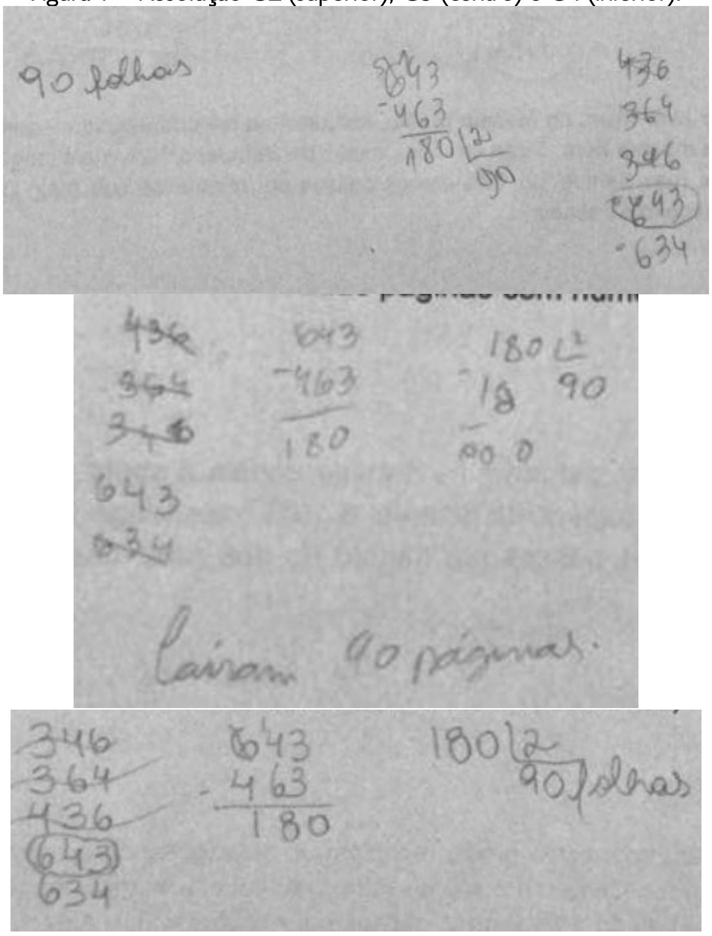
4 AS TAREFAS E SUAS ANÁLISES

As tarefas aplicadas foram retiradas do material do PIC (Programa de Iniciação Científica Júnior), destinado ao professor para preparação dos estudantes premiados nas Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas. Elegemos sete questões do PIC, pois acreditamos que elas possibilitam a utilização de diferentes estratégias de resolução e a mobilização de pensamentos algébricos associados ao raciocínio lógico-dedutivo.

A partir da questão: "2. Uma porção de páginas numeradas consecutivamente caíram de uma pasta. A primeira página tinha o número 463 e a última tinha um número com os mesmos algarismos em uma ordem diferente. Quantas folhas de papel caíram? (cada folha consiste em duas páginas com números consecutivos)". Identificamos os seguintes raciocínios dedutivos (OLIVEIRA, 2002, 2008; DINIZ, 2008) dos estudantes: Se p = 463, então q = 436 ou q = 436 ou q = 364 ou q = 346 ou q = 643 ou q = 634. Mas p q, então q = 634 ou q = 643. Que culminaria no seguinte pensamento para elucidar a solução: se p q e q = 2n, então q = 634, esta estratégia foi adotada pelos grupos G2, G3 e G4, que escreveram os arranjos possíveis para os números com os algarismos 4, 6 e 3 (Se p = 463, então q = 436 ou q = 463 ou q = 364 ou q = 346 ou q = 643 ou q = 634.), e na sequência eliminaram aqueles que não satisfaziam o critério ou hipótese assumida (Se p q, então q = 634 ou q = 643), conforme é apresentado na Figura 1.

Adiante, no mesmo enunciado, os grupos citados não atentaram ao fato de que a última página deveria ser par, ou seja, 634, e admitiram como sendo de número ímpar, 643, ou seja, desprezaram a seguinte situação: Se p q e q = 2n, então q = 634, que acabou por implicar em erro sobre o número de páginas que de fato haviam caído no chão, conforme mostra a Figura 1.

Figura 1 – Resolução G2 (superior), G3 (centro) e G4 (inferior).

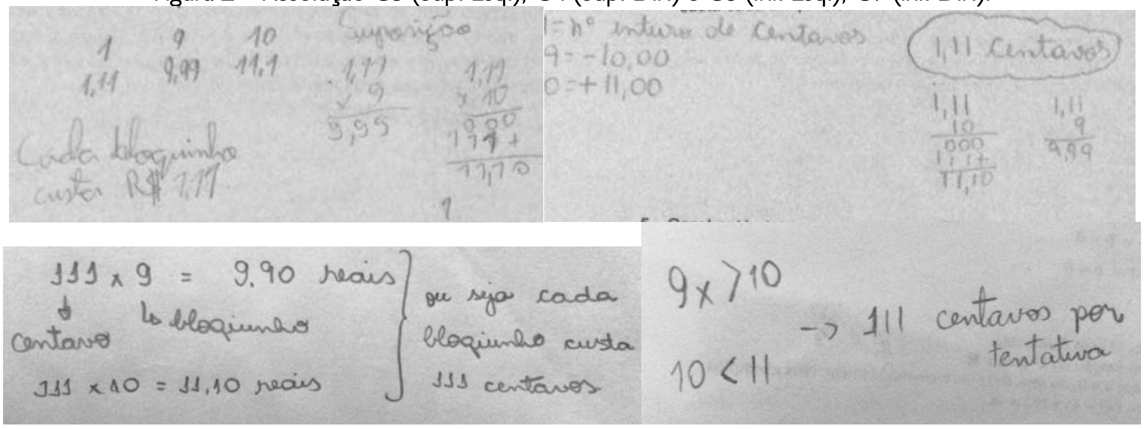


Fonte: Os autores, 2018.

Outro aspecto interessante nesta questão deve-se ao fato de as páginas serem numeradas frente e verso, bem como do número ímpar estar à frente e o par no verso da folha. Observamos que os grupos (todos), mesmo aqueles que erraram a resposta final, se ativeram a este aspecto, numeração dupla, e dividiram o resultado final por dois.

Ao se observar e analisar a questão 4: "Um bloquinho de notas custa um número inteiro de centavos. Nove bloquinhos custam menos de R$ 10,00 e 10 bloquinhos custam mais do que R$ 11,00 quanto custa cada bloquinho?". Identificamos os seguintes pensamentos dedutivos: *se ... então*, em que observamos a conversão, em alguns casos para centavos, em outros casos continuaram com a escrita em reais. Embora não esteja explícito nas resoluções (vide Figura 2) dos grupos 3, 4, 5 e 7, por mais que não tenham representado algebricamente a situação, por meio das tentativas, obtiveram um resultado que correspondia ao problema proposto.

Figura 2 – Resolução G3 (Sup. Esq.), G4 (Sup. Dir.) e G5 (Inf. Esq.), G7 (inf. Dir.).



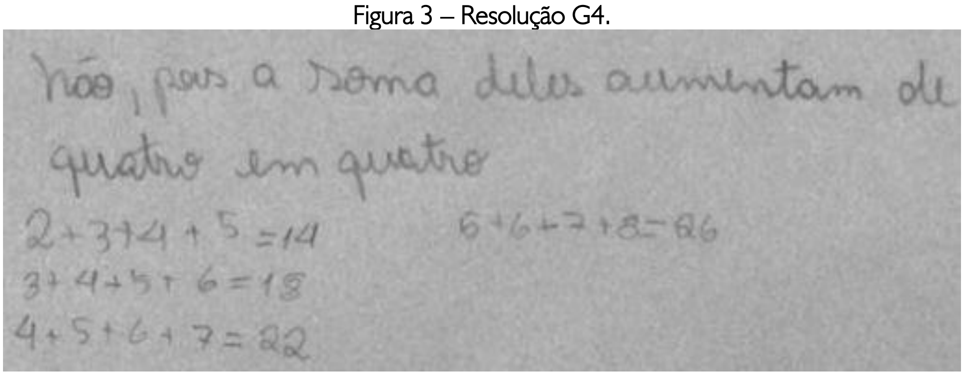
Fonte: Os autores, 2018.

Nota-se que o grupo G7 esboçou uma algebrização (BLANTON; KAPUT, 2005) para o problema, e, embora não tenham resolvida as inequações, obtiveram uma resposta satisfatória para o enunciado lançando mão de ações de tentativas e erros.

Ao se observar e analisar a questão 7: “A soma de quatro números naturais consecutivos pode ser divisível por quatro?”. Fragmentamos as resoluções dos estudantes em duas etapas: uma inicial com premissas e a utilização do raciocínio dedutivo, para criar a lista dos números, e a outra, refere-se à conclusão do enunciado da questão, ou seja, concluir se a soma dos números são ou não divisíveis por quatro. Ao se observar a questão como um todo, notamos a utilização de princípios do raciocínio indutivo (MEZZAROBA; MONTEIRO, 2003; OLIVEIRA, 2002)

O grupo G4 realizou este processo (tomar quatro números naturais consecutivos) 4 vezes, e concluiu que não é possível a soma ser divisível por quatro, evidenciando uma ideia dos passos da indução, ou seja, tiveram o início de um processo indutivo, porém generalizaram com poucos exemplos, e sem escrever uma forma geral (algébrica) para os números consecutivos, conforme a Figura 3.

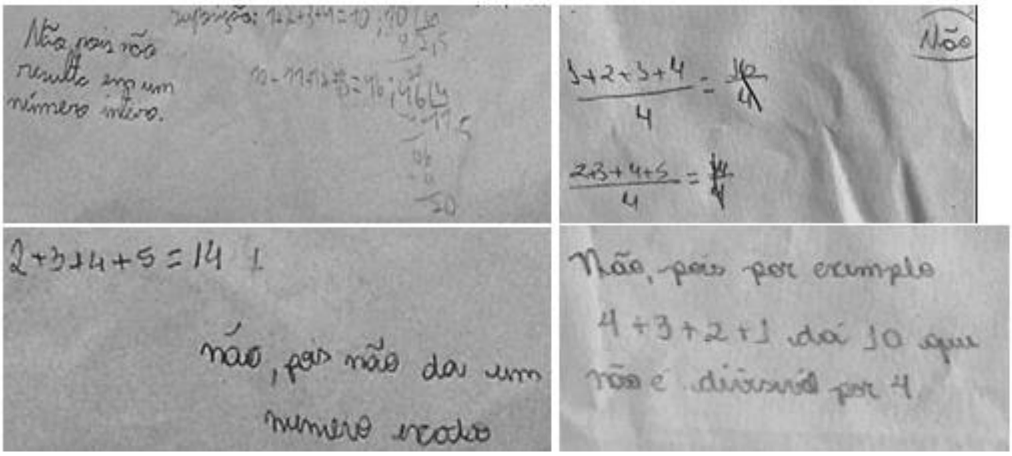
Figura 3 – Resolução G4.



Fonte: Os autores, 2018.

Na mesma questão, os grupos G3 e G6, realizaram o processo 2 vezes, e grupos G2 e G5 apenas 1 vez, para apresentar a conclusão, o que é evidenciado pela Figura 4. Nenhum grupo fez uso da álgebra para comprovar que o fenômeno ocorre para qualquer combinação de números naturais, o que evidencia a dificuldade que os estudantes têm em relação ao pensamento algébrico, como citamos anteriormente em Bezerra (2016). Por outro lado, percebemos, de certa maneira, uma falta de motivação dos estudantes em realizar conjecturas com base na observação e na repetição de experimentos. Ocorreram, em maioria, proposições conclusivas a partir de apenas uma tentativa. Talvez isso esteja relacionado com a falta de habilidade em estruturar o raciocínio lógico dedutivo, e, por consequência, caracterizar o pensamento algébrico como associado à resolução de uma situação-problema. Em outras palavras, entendemos que há uma correlação direta entre o levantamento de hipóteses, a argumentação mediante o cálculo proposicional (análise de premissas, operações e silogismos) estabelecido pelo método dedutivo, e a obtenção de uma tese que contemple aspectos algébricos inerentes à generalização.

Figura 4 – Resolução G3 (esq. sup.), G6 (dir. sup.), G2 (esq. inf.) e G5 (dir. inf.).



Fonte: Os autores, 2018.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscamos investigar a ocorrência dos raciocínios dedutivo e indutivo associados ao pensamento algébrico em práticas pedagógicas com estudantes do Ensino Médio. Com base nas informações coletadas e analisadas, percebemos evidências sobre a falta de habilidade em argumentar e estruturar esses raciocínios, o que compromete a elaboração do pensamento algébrico.

Acreditamos que isso esteja relacionado com a falta de vivências desta natureza, ou seja, que valorizem a construção de argumentos lógicos desencadeados pela análise de premissas e emprego de regras de inferência. Em nossa análise, não estamos excluindo os outros processos ou formas de resolução sem o uso da Álgebra, mas apenas atentando ao fato de que há uma falta de motivação e de habilidade dos estudantes em elaborar o pensamento algébrico. No entanto, em determinadas situações, esse recurso permite que sejam compreendidas as situações-problema em que o estudante está envolvido, possibilitando a generalização para os casos em que as premissas sejam equivalentes.

Contudo, em alguns casos os estudantes lançaram mão de raciocínios dedutivos, mesmo que de forma incipiente, insegura e não formal. O mesmo fato foi observado no tocante ao pensamento indutivo. A argumentação lógica utilizada pelos estudantes é primária, ou seja, muito provavelmente não participaram de abordagens pedagógicas envolvendo proposições e regras de inferência, havendo apenas a possibilidade de processos intuitivos que podem trazer dificuldades para a elaboração do pensamento algébrico.

Nossas investigações e considerações não ensejam exaurir a discussão, ou seja, não pretendemos emitir uma opinião final; pelo contrário, elas apenas demonstram a necessidade de outros estudos e investigações que visem a contribuir para a minimização dos percalços, aqui identificados, no que se refere à construção do pensamento algébrico.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BEZERRA, A. R. L. **Ensino da álgebra:** uso da linguagem e do pensamento algébrico como ferramenta de aprendizagem na educação básica. 2016. 61 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de pós - graduação mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. Universidade Federal de Rondônia - UNIR, Porto Velho, 2016.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n.5, p.412–446, 2005.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.

DIAS, M. da G. B. B. Raciocínio Lógico, Experiência Escolar e Leitura com Compreensão. **Psicologia**: Teoria e Pesquisa. vol. 16, n. 1, p. 55-62, Jan-Abr, 2000.

DINIZ, C. R.; SILVA, I. B. **Metodologia científica**. Campina Grande; Natal: UEPB/UFRN - EDUEP, 2008.

FERREIRA, R. A. **A pesquisa científica nas ciências sociais:** caracterização e procedimentos. Recife: UFPE, 1998.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições,** Campinas, v.4, n.1, p. 78-90, mar. 1993.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Metodologia Científica**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 6.ed. Campinas: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARTINS, M. A. *et. al*. O raciocínio lógico dedutivo em atividades de geometria: uma investigação com estudantes do ensino básico. **Experiências em Ensino de Ciências,** v. 12, n. 1, pp 26 – 39, 2017.

MEZZAROBA, O.; MONTEIRO, C. S. **Manual de Metodologia da pesquisa em Direito**. São Paulo: Saraiva, 2003.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (ME). **Programa de matemática do ensino básico**. DGIDC-ME, 2007. Disponível em: http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMa-tematica.pdf. Acesso em: 28 de maio de 2018.

MOREIRA, D. A. **O método fenomenológico na pesquisa**. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Princípios e normas para a matemática escolar**. Tradução de M. Melo. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM), 2007.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCT). **Focus in high school mathematics**: reasoning and sense making. Reston: NCTM, 2009.

NETO, R. S. M.; ABAR, C. A. A. P. Lógica Matemática no Ensino Médio: uma proposta de atividades para mobilizar raciocínios com estrutura lógica formal. **In:** ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS- GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2008, Rio Claro-SP. **Anais [...]** Rio Claro: UNESP, 2008. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/6-2-A-gt6_martins_ta.pdf. Acesso em: 11 mar. 2018.

OLIVEIRA, P. A investigação do professor, do matemático e do aluno: uma discussão epistemológica. 2002. 285 f. Dissertação (Mestrado em Didáctica da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2002.

OLIVEIRA, P. **O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia**. Educação e Matemática, Lisboa, n. 100, p. 3-9, 2008.

PANOSSIAN, M. L. Manifestações do Pensamento e da Linguagem Algébrica de Estudantes: indicadores para a organização do ensino. 2008. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação) Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

PÓLYA, G. **Mathematics and plausible reasoning**: induction and analogy in mathematics. New Jersey: Princeton University Press, 1954.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 355-377, jul./dez. 2012.

PONTE, J. P. da; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009. Disponível em: http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/textos/003_Brochura_Algebra_NPMEB_(Set2009).pdf. Acesso em: 28 de maio de 2018.

SALOMON, D. V. **Como fazer uma monografia**. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

SILVA, D. M. T. F. da. Aprendizagens Algébricas e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico em Alunos do 8º Ano. 2013. 112f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática no 3º ciclo do ensino básico e secundário). Universidade da Madeira, Funchal, 2013. Disponível em http://hdl.handle.net/10400.13/653. Acesso em: 28 de maio de 2018.