



**Erica Farias Pacheco**



Secretaria de Estado de Educação do Amazonas

[kakau\\_efds@hotmail.com](mailto:kakau_efds@hotmail.com)

# **UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA FERRAMENTA PARA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE PARÁBOLAS E ELIPSES NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO**

## **RESUMO**

Nos últimos anos os avanços tecnológicos têm tomado grande espaço e gerado profundas transformações na sociedade. O presente trabalho foi realizado no município de Parintins – AM com alunos do 3º ano do ensino médio de uma escola estadual pública. Esta pesquisa é de caráter qualitativo, com o método de abordagem fenomenológico. Foram utilizadas como ferramentas para coleta de dados a observação participante, figuras e notas de campo a partir de oficinas com o GeoGebra. O surgimento e a disseminação de softwares educacionais, trouxeram novas possibilidades para o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Dentro deste contexto, a presente pesquisa teve como objetivo explorar o uso do software GeoGebra para estudo das cônicas: parábola, elipse e hipérbole, através de oficinas a partir de uma abordagem dinâmica, realizadas no laboratório de informática, onde se buscou contribuir para a compreensão das cônicas de forma autônoma e criativa.

**Palavras-chave:** GeoGebra. Ensino. Geometria.

## **USING GEOGRAPHIC SOFTWARE IN MATHEMATICS TEACHING: A TOOL FOR THE CONSTRUCTION OF PARABLE BLADES AND ELIPSES IN THE 3ND YEAR OF MIDDLE SCHOOL**

## **ABSTRACT**

In the last years the technological advances have taken great space and generated deep transformations in the society. The present work was carried out in the city of Parintins - AM with students of the 3rd year of high school in a public state school. The emergence and dissemination of educational software, brought new possibilities for the teaching and learning process of mathematics. In this context, the present research had the objective of exploring the use of GeoGebra software to study the conic: Parábola, Elipse and Hipérbole, through workshops based on a dynamic approach, carried out in the computer lab, where it was sought to contribute to the understanding of conics in an autonomous and creative way.

**Keywords:** GeoGebra. Teaching. Geometry.

**Submetido em:** 15/01/2019

**Aceito em:** 07/07/2019

**Publicado em:** 31/08/2019



<http://dx.doi.org/10.28998/2175-6600.2019v11n24p197-211>



## I INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem passivo de conteúdo que não estimulam a participação dos alunos, levam os educandos a ver a matemática como algo acabado e para qual transmissão de conteúdos lhes parece um conjunto estático de conhecimentos e técnicas.

Desse modo, é necessário substituir os processos de ensino que expõem de forma tradicional os conteúdos, através de modelos não muito atrativos, partindo das definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, pressupondo que o aluno aprenda muitas vezes pela reprodução, por alternativas que contemplem os ensinamentos em sala de aula, aumentando no aluno a motivação para aprendizagem, desenvolvendo a autoconfiança, a concentração e o raciocínio, valorizando também a interação social no ambiente escolar.

A utilização de novas tecnologias de informação no ensino de matemática, especificamente os *softwares* educacionais, tem despertado grande interesse. A maioria dos educadores defende o uso dessa ferramenta para auxiliar na construção do conhecimento. Dentre alguns softwares, os que mais têm chamado a atenção são os de ambientes de geometria dinâmica, ganhando importância nas práticas profissionais dos educadores. A estes *softwares* de geometria dinâmica, recentemente o *GeoGebra* tomou espaço, por possibilitar o trabalho simultâneo no ambiente geométrico e algébrico, podendo ser utilizado de forma livre.

Para Duval (2010), ensinar Matemática é antes de tudo proporcionar o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização, ainda supõe que a aprendizagem de um conceito matemático fundamenta-se em desenvolver as diversas linguagens dos seus signos.

No que diz respeito aos estudos sobre o uso de softwares no processo de ensino e aprendizagem de matemática, trabalhos como os de Balacheff e Kaput, (1997) e Vitor (2013) entre outros, privilegiam aspectos sobre o uso dos softwares, referentes à motivação que estes recursos provocam nos educandos. As oficinas realizadas estão em concordância dos autores em relação a uma aprendizagem mais significativa, decorrente do uso softwares educacionais.

Nesse contexto, diferentes pesquisas têm tratado das contribuições da utilização destes recursos na aprendizagem de conceitos matemáticos. Portanto, a intenção com este artigo é mostrar que o software GeoGebra pode ser explorado como uma ferramenta na construção de gráficos das cônicas: parábola, elipse e hipérbole no processo de ensino aprendizagem de matemática, para que os alunos possam compreender definições, elementos e propriedades, a partir da análise visual dos objetos construídos no software.

## 2 GEOGEBRA E SUA APLICAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica, que reúne Álgebra e Geometria. É desenvolvido para aprender e ensinar matemática nas escolas por Markus Hohenwarter e uma equipe internacional de programadores. É uma ferramenta didática para todos os níveis de ensino e já recebeu vários prêmios na Europa e nos Estados Unidos. O GeoGebra pode ser encontrado no website: <http://www.geogebra.org>, é software livre e gratuito, qualquer pessoa pode fazer a instalação do programa de forma rápida e fácil. (VITOR, 2013)

Nesse contexto, os softwares educacionais funcionam como recursos que possibilitam ao docente trabalhar e relacionar conceitos matemáticos específicos, o software GeoGebra por meio de sua dinamicidade permite que os alunos se tornem pesquisadores, investigadores dos problemas a serem propostos pelo professor e próprios construtores de conhecimentos.

Atualmente percebe-se que o uso da informática na educação tem avançado potencialmente. (MEDEIROS, 2006)

Utilizar a informática no processo de ensino de matemática proporciona experiências instigantes aos educandos, incentivando a tomada de decisões, levantamento de hipóteses e comparações, aumentando a motivação para aprendizagem, desenvolvendo a autoconfiança, a concentração e o raciocínio, valorizando também a interação social no ambiente escolar.

Pesquisas indicam ainda que o uso do computador pode auxiliar no desenvolvimento cognitivo dos alunos, viabilizando a realização de novos tipos de atividades e de novas formas de pensar e agir. (BALACHEFF e KAPUT, 1997)

Com o uso do GeoGebra é possível dinamizar e enriquecer as atividades no processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois é um software de Geometria Dinâmica, onde são contempladas as construções de pontos, vetores, segmentos, retas e seções cônicas. Através do GeoGebra é possível analisar equações, relacionar variáveis com números, encontrar raízes de equações. Permite ainda associar uma expressão algébrica à representação de um objeto da geometria.

Segundo Murari (2012, p. 216):

[...] a Geometria, parte integrante do saber matemático, exige uma linguagem e procedimentos apropriados para que suas relações conceituais e especificamente quanto às representações simbólicas sejam entendidas. Por isso, a preocupação dos educadores matemáticos com sua prática pedagógica não é recente. Ela é ramo da Matemática que possui um campo muito fecundo, e a maneira como for estudada irá refletir no desenvolvimento intelectual, no raciocínio lógico e na capacidade de abstração e generalização do aluno.

Nesse sentido, é necessário que o professor tenha uma postura reflexiva sobre sua prática, propondo atividades relativas à Geometria que estimulem os alunos a explorar ideias geométricas, usando recursos de visualização de imagens digitais que permitam favorecer o gosto e prazer em aprender a

matemática. Dessa forma, ao buscar novas ferramentas educacionais para o ensino da matemática como softwares, o educador aprimora e inova o ensino e aprendizagem dentro das salas de aula.

A utilização de *software* no processo de ensino e aprendizagem da matemática é uma recomendação curricular importante, considerada uma contribuição significativa no sentido de promover a compreensão dos conceitos, a exploração de diversas representações e de relacionar a investigação de propriedades e de relações matemáticas, os processos de natureza indutiva e experimental, a generalização, os processos argumentativos e a modelação, entre outros.

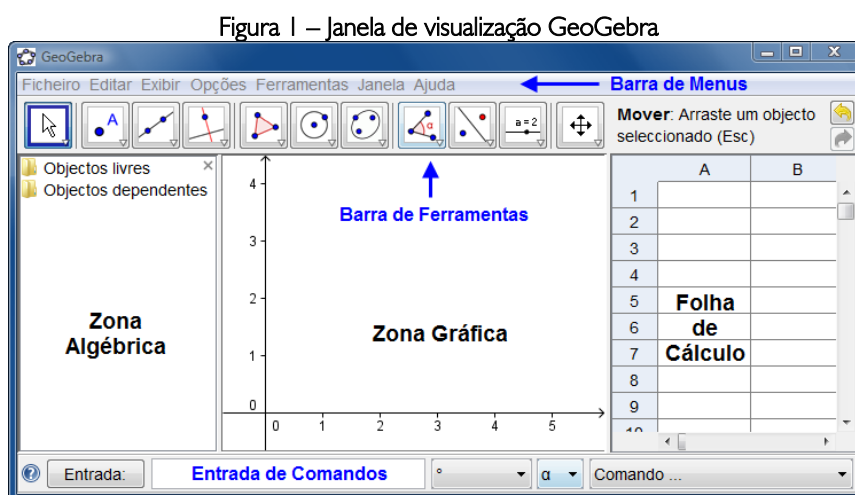
Segundo a BNCC (2017, p. 470):

[...] no Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área.

O uso de ferramentas cognitivas no processo de ensino-aprendizagem via computador, leva o aluno a construir seu conhecimento de forma autônoma e compreender os diferentes registros de representação matemáticos. Um ambiente de aprendizado pode ser criado, fazendo o uso de recursos como softwares diversificados, utilizados para apresentações, modelagem, gráficos, animações, etc.

Dessa forma, torna o ensino da matemática mais prazeroso e eficaz, explorando o espírito investigativo, estimulando atitudes positivas em relação a matemática, como a confiança em sua capacidade de aprender e fazer matemática. Contribuindo também para construção, compreensão de conceitos, procedimentos e habilidades matemáticas. Com este software será dada ao aluno a oportunidade de exercitar sua capacidade de pensar e buscar por conhecimentos, favorecendo assim o espírito investigativo e a autonomia.

O software possui em sua interface três diferentes visões dos objetos matemáticos: janela de visualização, que se divide em uma área de desenho, uma janela de álgebra e um campo de entrada de comandos (Ver Figura 1).



Fonte: Manual GeoGebra 2009

A área de desenho possui um eixo de sistemas cartesianos onde o usuário pode realizar construções geométricas. Cada objeto criado tem também uma representação na janela de álgebra.

Usando a entrada de comandos pode inserir diretamente expressões algébricas no GeoGebra. Após ter batido a tecla Enter, a expressão algébrica digitada aparece na janela algébrica e a respectiva representação gráfica aparece na área de desenho.

Nessa perspectiva, para a BNCC/Ensino Médio (2017, p. 524) em sua competência específica 5:

[...] o desenvolvimento dessa competência específica pressupõe um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos que podem emergir de experiências empíricas. Os estudantes deverão ser capazes de fazer induções por meio de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais. Assim, ao formular conjecturas, mediante suas investigações, eles deverão buscar contraexemplos para refutá-las e, quando necessário, procurar argumentos para validá-las. Essa validação não precisa ser feita apenas com argumentos empíricos, mas deve incluir também argumentos mais "formais", sem que haja necessidade de chegarem à demonstração de diversas proposições.

O papel do professor de matemática com o uso dessa ferramenta será estimular o aluno a pensar ativamente, de forma criativa e autônoma, atuando como mediador entre o aluno e o conhecimento. Este software possibilitará ao aluno explorar, criar objetos, conceitos e demonstrações, proporcionando assim uma melhor compreensão de conceitos através da realização de experimentos.

Nessa concepção entendemos que é uma ferramenta usada para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente desenvolver novos conhecimentos.

Nas escolas, tradicionalmente os conteúdos como o de Cônicas vem sendo trabalhados através de modelos não muito atrativos, partindo das definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, pressupondo que o aluno aprenda muitas vezes pela reprodução.

O uso do GeoGebra no ensino da matemática como ferramenta de investigação ou como maneira de renovar os métodos tradicionais para o estudo das cônicas como a parábola, hipérbole e a elipse, tem se firmado como umas das áreas mais ativas e relevantes da Educação Matemática, oferecendo aos alunos experiências enriquecedoras, motivando-os para que possam reconhecer na matemática suas capacidades, que serão exigidas ao longo de sua vida social e profissional. Portanto, foram elaboradas oficinas que envolviam o laboratório de informática, com atividades que tinham como o enfoque a Geometria dinâmica.

### **3 OFICINAS E ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM O GEOGEBRA**

As oficinas surgiram, tendo como principal objetivo explorar o uso do software GeoGebra como ferramenta para o processo de ensino e aprendizagem e propor um ambiente instigante, para estimular

os participantes a trabalhar em conjunto e desenvolver ideias associadas aos conceitos básicos sobre as Cônicas.

Para realização das oficinas as atividades, no primeiro momento, foram testadas afim de adquirir habilidades com as ferramentas do software GeoGebra. Nessa etapa surgiram novas ideias e outras foram descobertas. Tornou-se, portanto, um desafio à realização de um projeto inovador no ramo da Geometria Analítica, visto que a escola onde foram realizadas as oficinas possui Laboratório de Informática, com o sistema Linux Educacional, com o software GeoGebra instalado em todos os computadores, porém raramente ocorre o uso dessa ferramenta. O uso do software GeoGebra como ferramenta para construção das cônicas foi testado na escola pública estadual Tomazinho Meirelles, no município de Parintins, abrangendo adolescentes na faixa de 16 a 18 anos, adultos e professores do Ensino Médio, com excelentes resultados.

O software GeoGebra permite ao usuário realizar diversas construções geométricas, além de uma infinidade de animações, por ser prático o seu manuseio, o que contribui para que o estudo da Geometria Analítica se torne interessante, devido às dificuldades que os professores têm de apresentar o conceito dessas cônicas utilizando apenas o quadro branco, tais conceitos podem ser compreendidos através das ferramentas dinâmicas que este *software* apresenta. Dessa forma, as atividades foram desenvolvidas com o propósito de contribuir com o ensino da Matemática.

De acordo com Murari (2012, p.223), no laboratório de informática, temos uma nova forma de comunicar e adquirir conhecimento, agregando à oralidade e à escrita a informática, denominadas por Lévy(1993) de “tecnologias intelectuais”.

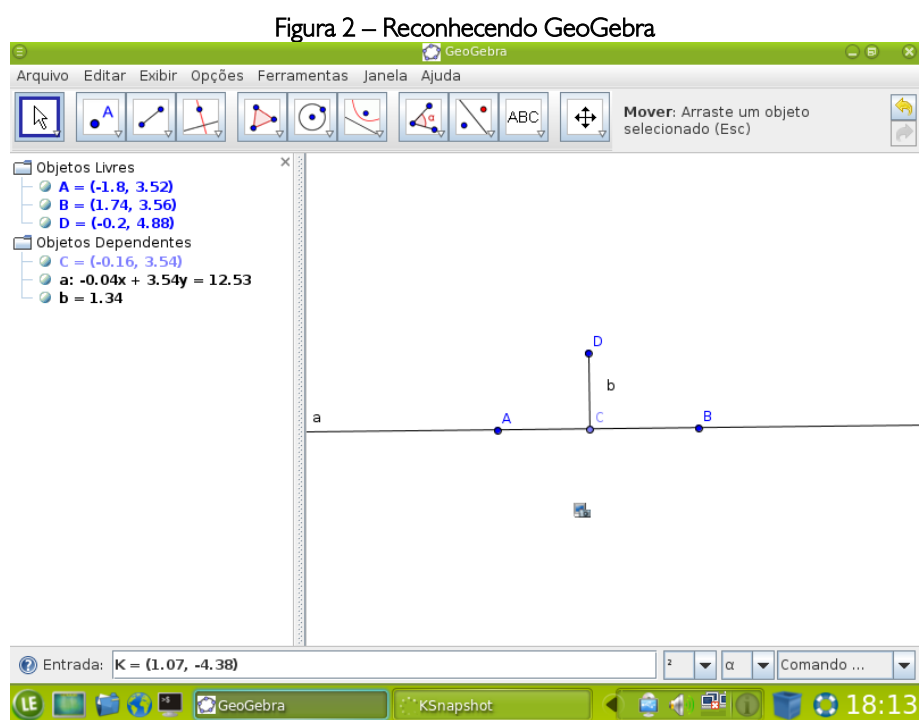
Dessa forma, as aulas ministradas foram realizadas no Laboratório de Informática, onde 12 computadores foram utilizados, participaram das oficinas duas turmas do 3º do ensino médio. Em cada turma havia em torno de 28 alunos, dessa forma foram dispostos no máximo 3 alunos por computador.

As atividades foram elaboradas de acordo com o nível de aprendizagem das turmas participantes. Foram explorados conceitos matemáticos referentes às cônicas parábola, elipse e hipérbole. Considerando a importância das “imagens” em nossas atividades, que acabam por permitir a compreensão ou demonstração de uma relação ou propriedade (MURARI, 2012), a cada atividade desenvolvida foi aumentando gradualmente a dificuldade; os alunos foram acompanhados e levados a explorar o *software*. As atividades foram divididas em três aulas, com duração de uma hora/aula cada.

## 4 RECONHECENDO O GEOGEBRA COMO SOFTWARE EDUCATIVO

Durante uma hora/aula foram abordadas algumas questões sobre o uso do computador e dos softwares na Educação, foi apresentado o software GeoGebra, explicando o seu funcionamento (barra de ferramentas e interface) e alguns de seus comandos.

Foram distribuídos aos alunos folhetos explicativos, conforme o Anexo 1, sobre o software, detalhando as ferramentas que seriam utilizadas nas atividades. Em seguida, os alunos foram incentivados a conhecer o Software fazendo o uso livre de alguns de seus comandos (Figura 2).



Fonte: autora.

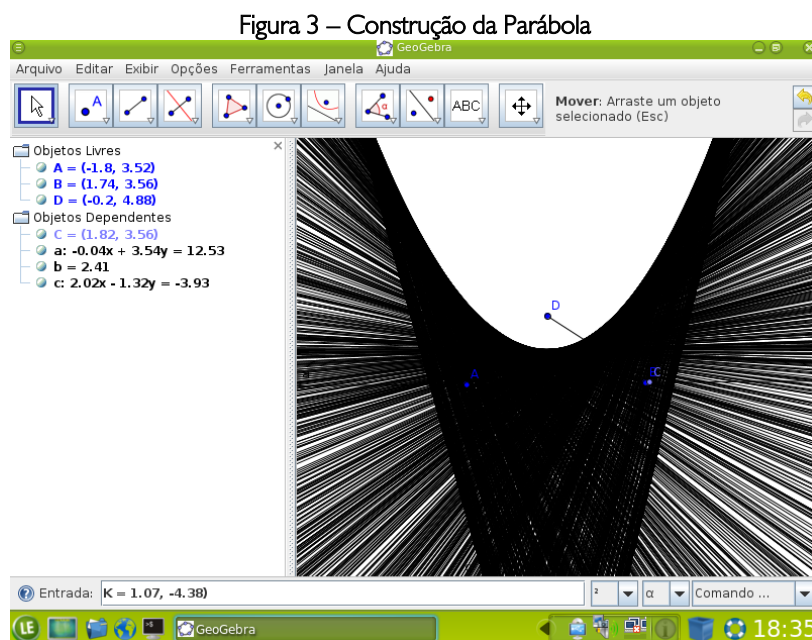
Nessa prática, os estudantes foram levados a perceber a existência de diferentes elementos geométricos presentes no software, contribuindo assim para a construção de um pensamento crítico e autônomo.

## 5 O SOFTWARE GEOGEBRA APLICADO AO ESTUDO DAS CÔNICAS PARÁBOLA, ELIPSE E HIPÉRBOLE

Na segunda aula, utilizamos o GeoGebra na Geometria Analítica para construção da parábola, a partir dos elementos que a compõem e algumas propriedades, a exemplo, que a posição do foco em relação à reta diretriz determina a concavidade da Parábola.

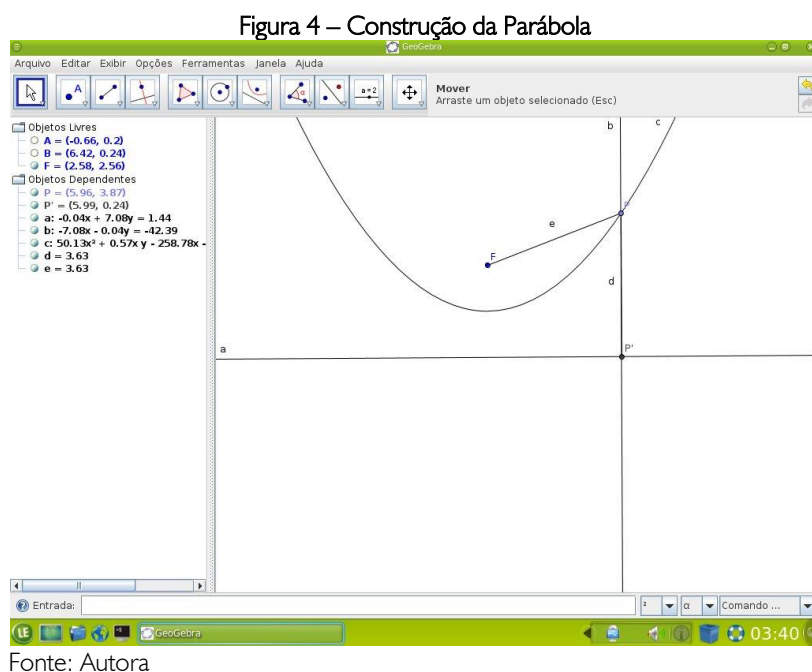
Para aplicação dessa atividade, conforme Anexo 2, a classe foi dividida em no máximo 3 alunos por computador, sendo atividade impressa fora distribuída para cada aluno, com posse da atividade, o papel do professor é o de observador, organizador, mediador e incentivador da aprendizagem.

Os estudantes ficavam fascinados ao visualizar as imagens dos objetos criados por eles. Em seguida, foram desafiados a justificar o que aconteceria com a Parábola se o foco ficasse abaixo da reta diretriz. Entender essa situação propiciou a aprendizagem, com relação a construir uma Parábola e que o Foco determina sua concavidade (Figura 3).



Os alunos puderam reconhecer a definição movimentando-se um ponto sobre a parábola. (Figura

4)

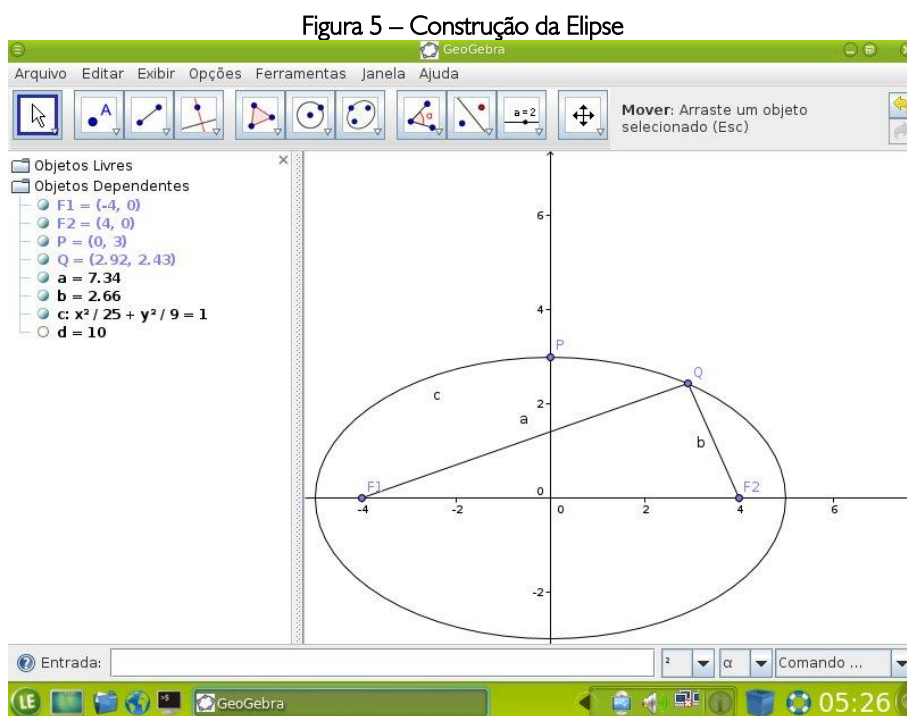




As figuras acima mostram pelo padrão apresentados, que houve grande interesse por parte dos alunos em aprender, e, dessa forma, atesta que ocorreu a aprendizagem esperada, visto que se não houvesse ocorrido a aprendizagem não teriam obtido o resultado apresentado acima.

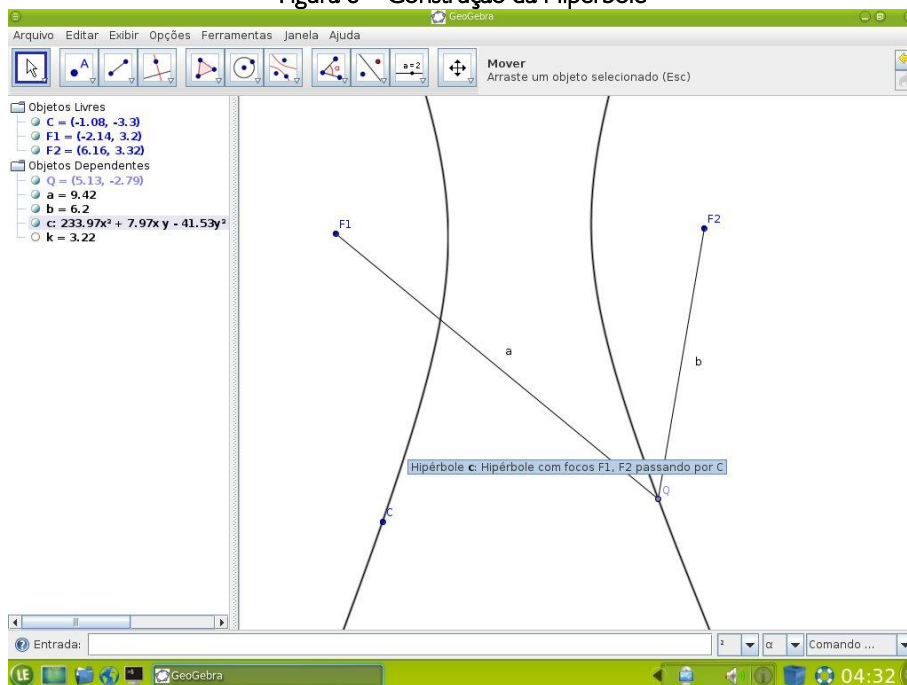
Ao final da atividade, as soluções dos alunos foram apresentadas e os resultados de todos analisados. Buscou-se um consenso sobre a solução pretendida. Por fim, compartilhadas as experiências foi feita uma síntese do que deveria ser assimilado nessa situação de aprendizagem.

Na terceira aula, foram trabalhadas as oficinas para construção da Elipse e da Hipérbole, conforme Anexo 3, visto que o *software* dispõe de ferramentas que permitem que o aluno construa e observe o comportamento dos elementos que fazem parte dos objetos estudados, facilitando assim o entendimento de diversos conceitos, pois o aluno aprende fazendo e experimentando. Assim, foram repassadas atividades, tendo como objetivo verificar a definição da Elipse e da Hipérbole, tomando seus focos e um ponto qualquer. Em seguida, foi feita a leitura dos comandos e os alunos construíam, passo a passo, os objetos de estudo. Com os comandos presentes no software foi possível visualizar os elementos tanto da Elipse quanto da Hipérbole, identificados através das construções (Figuras 5 e 6).



Fonte: Autora

Figura 6 – Construção da Hipérbole



Fonte: Autora

Procurou-se, a partir das imagens, estabelecer a definição dessas cônicas. Posteriormente, foi aberta uma discussão sobre a definição das cônicas em questão, contextualizando-as e estimulando os alunos a identificá-las no ambiente que os cerca.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Durante cerca de 6 horas de duração do estudo, os estudantes mantiveram o interesse nas atividades que foram realizadas. Em geral, a maioria dos estudantes desenvolvia bem as atividades; quando ocorriam dúvidas, estes recorriam ao investigador. A solução das atividades, quanto ao sucesso ou fracasso em obtê-las, variava de acordo com cada estudante, porém, todas as tentativas corretas ou incorretas, foram úteis, visto que estimulavam os estudantes a rever o que estavam fazendo.

As duas turmas que participaram da oficina, no final do estudo produziram juntas, cerca de 40 imagens referentes às cônicas, com o uso do GeoGebra. As análises das imagens mostram que as atividades foram desenvolvidas de acordo com o nível de aprendizado dos estudantes. Os estudantes trabalharam e aprenderam as definições das cônicas: Parábola, Elipse e Hipérbole e fizeram a exposição das atividades desenvolvidas. O fato de os estudantes estarem aprendendo a fazer o uso do software GeoGebra pela primeira vez e ao mesmo tempo construindo as cônicas, representou uma experiência autêntica de aprendizado.

No final do estudo, foram realizadas entrevistas e analisadas as respostas dos estudantes. Foi observado que eles passaram a compreender as propriedades da Parábola, da Elipse e da Hipérbole. Além

desse aprendizado, os estudantes afirmaram ter aprendido a identificar os elementos que definem a Parábola, a Elipse e a Hipérbole e, através da construção destas cônicas, puderam compreender também equações algébricas que representam.

Na declaração de vários estudantes, o produto criado por eles proporcionou uma nova visão sobre a matemática no que diz respeito às tecnologias computacionais e que o uso do software para o estudo das cônicas, foi a grande fonte de estímulo para compreender os conteúdos e tirar suas dúvidas quanto a eles. De fato, explorar o uso do software GeoGebra como ferramenta para o processo de ensino aprendizagem de Parábolas, Elipses e Hipérboles, favoreceu uma aprendizagem significativa.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar de o software GeoGebra ser uma ferramenta que possibilita um trabalho simultâneo no ambiente geométrico, seu uso em sala de aula ainda é bem recente, porém seu uso já é indicado por alguns livros didáticos modernos, para auxiliar no processo de ensino aprendizagem de determinados conteúdos dentre eles as Cônicas. A proposta é lançada a fim de modificar o estilo de ensino e o ambiente de aprendizagem dos alunos, com situações que tornem os estudantes criadores de suas representações mentais dos objetos de estudo e assim descobrir e reconhecer suas propriedades geométricas.

O desenvolvimento desse trabalho ocorreu com êxito, com a finalidade de estimular os alunos a interferirem sobre o que era exposto e formular hipóteses, o que os levou a consolidar as definições sobre as cônicas que foram adquiridas.

A metodologia utilizada privilegiou o desenvolvimento de habilidades e competências em Matemática, onde o papel do professor foi o de mediador entre o aluno e o conhecimento. As situações de ensino e aprendizagem possibilitaram ao estudante desenvolver um espírito científico e um pensamento reflexivo.

Portanto, este trabalho visa contribuir e possibilitar explorar o uso do software GeoGebra para o ensino das Cônicas. Sabemos das potencialidades e limitações desta proposta, porém, foi observado que o uso dessa ferramenta didática motivou os alunos e facilitou a aprendizagem, indicando que o software pode ser uma ferramenta cognitiva para o aluno. É necessário estimular as mentes dos nossos alunos.

## REFERÊNCIAS

BALACHEFF, N.; KAPUT, J. **Computer based learning environments in mathematics** Editor (s): BISHOP, Alan J.; CLEMENTS, Ken; KEITEL, Christine; KILPATRICK, Jeremy; LABORDE, Colette. Dordrecht: Kluwer, 1997.

BNCC, Brasília: MEC/SEF. **Base Nacional Comum Curricular Ensino Médio**, 2017.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. IN: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. São Paulo: Papirus, 2010.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

**Manual GeoGebra**. Disponível em: <https://www.geogebra.org>. Acesso em: 23 de outubro de 2015.

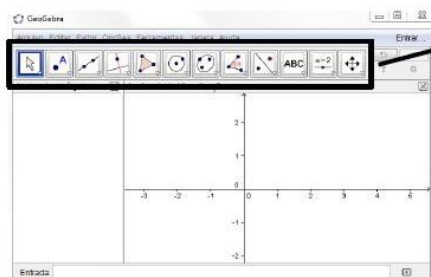
MEDEIROS, Alexandre; DE MEDEIROS, Cleide Farias. Possibilidades e Limitações das Simulações Computacionais no Ensino da Física. IN: **Revista Brasileira de Ensino da Física** v. 24, n. 2, p. 77-86, (2002)

MURARI, Claudemir. **Espelhos, caleidoscópios, simetrias, jogos e softwares educacionais no ensino e aprendizagem de Geometria**. IN: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 4ª. ed. São Paulo: Cortez, 2012

VITOR, Cláudio Barros. **Cônicas: lugares geométricos e construções dinâmicas**. Disponível em: <https://www.bit.profmat.sdm.org.br>. Acesso em: 23 de outubro de 2015.

## ANEXO I

### Tutorial GeoGebra



Barra de Ferramentas

<p><b>Ferramenta Mover</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mover</li> <li>Rotação em Torno de um Ponto</li> </ul>	<p><b>Ferramenta Ponto</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ponto</li> <li>Ponto em Objeto</li> <li>Vincular / Desvincular Ponto</li> <li>Interseção de Dois Objetos</li> <li>Ponto Médio ou Centro</li> <li>Número Complexo</li> </ul>	<p><b>Ferramenta Reta</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reta</li> <li>Segmento</li> <li>Segmento com Comprimento Fixo</li> <li>Nomeada</li> <li>Caminho Poligonal</li> <li>Vetor</li> <li>Vetor a Partir de um Ponto</li> </ul>
<p><b>Ferramenta Reta Perpendicular</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reta Perpendicular</li> <li>Reta Paralela</li> <li>Mediatriz</li> <li>Bissetriz</li> <li>Reta Tangente</li> <li>Reta Polar ou Diametral</li> <li>Reta de Regressão Linear</li> <li>Lugar Geométrico</li> </ul>	<p><b>Ferramenta Polígono</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Polígono</li> <li>Polígono Regular</li> <li>Polígono Rígido</li> <li>Polígono Semideformável</li> </ul>	<p><b>Ferramenta Círculo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Círculo dados Centro e Um de seus Pontos</li> <li>Círculo dados Centro e Raio</li> <li>Compasso</li> <li>Círculo definido por Três Pontos</li> <li>Semicírculo Definido por Dois Pontos</li> <li>Arco Circular</li> <li>Arco Circunferencial</li> <li>Sector Circular</li> <li>Sector Circunferencial</li> </ul>
<p><b>Ferramenta Elipse</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elipse</li> <li>Hiperbole</li> <li>Parábola</li> <li>Cônica por Cinco Pontos</li> </ul>	<p><b>Ferramenta Ângulo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ângulo</li> <li>Ângulo com Amplitude Fixa</li> <li>Distância, Comprimento ou Perímetro</li> <li>Área</li> <li>Inclinação</li> <li>Criar Lista</li> </ul>	<p><b>Ferramenta Reflexão</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reflexão em Relação a uma Reta</li> <li>Reflexão em Relação a um Ponto</li> <li>Inversão</li> <li>Rotação em Torno de um Ponto</li> <li>Translação por um Vetor</li> <li>Homotetia</li> </ul>
<p><b>Ferramenta Texto</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Texto</li> <li>Inserir Imagem</li> <li>Caneta</li> <li>Função à Mão Livre</li> <li>Relação</li> <li>Inspector de Funções</li> </ul>	<p><b>Ferramenta Controle Deslizante</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Controle Deslizante</li> <li>Caixa para Exibir / Esconder Objetos</li> <li>Botão</li> <li>Campo de Entrada</li> </ul>	<p><b>Ferramenta Mover Janela</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mover Janela de Visualização</li> <li>Amplicar</li> <li>Reduzir</li> <li>Exibir / Esconder Objeto</li> <li>Exibir / Esconder Rótulo</li> <li>Copiar Estilo Visual</li> <li>Apagar</li> </ul>

## ANEXO 2

### Construindo a parábola

- Clicar com o botão direito do mouse sobre a zona gráfica do Geogebra e escolher a opção “eixos”. Com isso, os eixos coordenados deixarão de ser vistos na construção.
- Utilizando o botão que indica “reta definida por dois pontos”, construa uma reta horizontal com dois pontos quaisquer, que automaticamente serão nomeados com A e B.
- Na opção “Novo ponto”, crie dois novos pontos: o ponto C sobre a reta criada e o ponto D acima dela.
- Utilizando o botão que indica “segmento definido por dois pontos”, que está dentro da opção “reta definida por dois pontos”, crie o segmento de reta CD. Para isso, clique no ponto C e, em seguida, no ponto D.
- Utilizando o botão “mediatriz”, que fica dentro da opção “reta perpendicular”, clique sobre o segmento de reta CD. Com isso, a reta mediatriz do segmento CD será criada.
- Clique com o botão direito do mouse sobre a mediatriz e escolha a opção “habilitar rastro”.
- Clique na opção “mover” e, em seguida, movimente o ponto C, assim você obterá uma parábola. Com a opção “habilitar rastro”, uma parábola foi obtida com os rastros da mediatriz ao movimentar o ponto C.

### Parábola por pontos

- Determina-se uma reta  $r$  no plano.
- Toma-se um ponto  $F \notin r$ .
- Usa-se a ferramenta “Parábola” seleciona-se  $r$  e  $F$ .
- Na parábola, toma-se um ponto  $P$ .
- Determina-se a projeção ortogonal  $P'$  de  $P$  em  $r$ ;
- Usa-se a ferramenta “distância” e definem-se os segmentos  $d_1 = \overline{PP'}$  e  $d_2 = \overline{PF'}$ .
- Na caixa de “entrada”, define-se  $k = d_1 + d_2$
- Move-se o ponto  $P$  e observa-se que  $k$  é constante.

## ANEXO 3

### Elipse por pontos

- Toma-se dois pontos  $F_1$  e  $F_2$ , por exemplo:  $F_1 = (-4, 0)$  e  $F_2 = (4, 0)$ ;
- Indica-se um ponto  $P$ , qualquer do plano, por exemplo  $P = (0, 3)$ ;
- Usa-se a ferramenta **elipse**, selecionando-se  $F_1$  e  $F_2$  (os focos) e por último o ponto  $P$ ;
- Na janela de álgebra aparecerá a equação da elipse, pode-se configurar a forma da equação em suas propriedades, optamos pela forma reduzida.
- Toma-se um ponto  $Q$  na elipse e determina-se os segmentos  $\overline{QF_1} = d_1$  e  $\overline{QF_2} = d_2$ ;
- Move-se  $Q$  na elipse verificando que  $d_1 + d_2 = 10$ , no exemplo, para qualquer posição do ponto  $Q$ .

### Hipérbole por pontos

- Tomam-se  $F_1$  e  $F_2$ , focos da hipérbole, arbitrários e escolhe-se um ponto  $P$ ;
- Usa-se a ferramenta **Hipérbole**, selecionando-se os focos e depois o ponto  $P$ ;
- Toma-se um ponto  $Q$ , em um dos ramos da hipérbole;
- Determina-se os segmentos  $d_1 = \overline{QF_1}$  e  $d_2 = \overline{QF_2}$ ;
- Na caixa **entrada** digite:  $k = \text{abs}(d_1 - d_2)$ , está determinado o módulo da diferença das distâncias;
- Move-se  $Q$  sobre o ramo observando que a distância  $k$  mantêm-se constante.