



O ENSINO DE SIMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL: POSSIBILIDADES PARA UMA PROPOSTA INVESTIGATIVA

Rosemary Borin Cavalheiro ¹
Edvonete Souza de Alencar ²

RESUMO

Neste artigo apresentaremos uma reflexão sobre o ensino de simetria no Ensino Fundamental por meio de uma experiência aplicada com mestrandos do Programa de Mestrado Profissional em Ciências e Matemática de uma universidade estadual de Mato Grosso do Sul. Utilizou-se, na metodologia, a pesquisa qualitativa, na qual o pesquisador se posiciona diante das reflexões apresentadas pelos professores mestrandos com a finalidade de repensar as práticas pedagógicas. Buscou-se na teoria de Van Hiele, os subsídios necessários para a construção de uma sequência-didática para o ensino de simetria, a fim de criar possibilidades para uma aprendizagem com mais significado para o aluno.

Palavras-chave: Matemática. Simetria. Van Hiele.

THE TEACHING OF SYMMETRY IN FUNDAMENTAL TEACHING: POSSIBILITIES FOR AN INVESTIGATIVE PROPOSAL

ABSTRACT

Students in the Professional Masters Program in Science and Mathematics at Mato Grosso do Sul's Federal University have conducted a study of the teaching of Symmetry in elementary school through an applied experience technique. The methodology employed qualitative research. The researchers took the position of rethinking pedagogical practices in elementary school. In Van Hiele's theory the researchers sought to determine the necessary components for the construction of a didactic sequence for the teaching of symmetry with the ultimate goal of creating more meaningful learning opportunities for students.

Keywords: Mathematics. Symmetry. Van Hiele.

LA ENSEÑANZA DE LA SIMETRÍA EN LA ESCUELA PRIMARIA: POSIBILIDADES PARA UNA PROPUESTA INVESTIGATIVA

RESUMEN

En este artículo, presentaremos una reflexión sobre la enseñanza de la simetría en la Enseñanza Fundamental a través de una experiencia aplicada con estudiantes de maestría del Programa de Maestría Profesional en Ciencias y Matemáticas de una universidad estadual de Mato Grosso do Sul. En la metodología se utilizó la investigación cualitativa, en la que el investigador se posiciona frente a las reflexiones presentadas por los profesores de

¹Mestranda em Educação Científica e Matemática – Mestrado profissional – UEMS, graduada em Pedagogia – UFGD, professora efetiva da Rede Municipal de Ensino de Dourados-MS, participante do Grupo de Pesquisa TeiaMat. ORCID 0000-0003-2753-1568. E-mail: roseborincavalheiro@gmail.com

²Doutora em Educação Matemática pela PUCSP, Professora da Universidade Federal da Grande Dourados e Professora do Mestrado Profissional em Educação Científica e Matemática – UEMS. grupo de pesquisa TeiaMat. ORCID 0000-0002-4757-2554. E-mail: edvonete.s.alencar@hotmail.com.



la maestría para repensar las prácticas pedagógicas. Se buscó en la teoría de Van Hiele, los subsidios necesarios para la construcción de una secuencia didáctica para la enseñanza de la simetría, con el fin de crear posibilidades para un aprendizaje más significativo para el estudiante.

Palabras clave: Matemáticas. Simetría. Van Hiele.

INTRODUÇÃO

Buscaremos neste artigo, refletir sobre o ensino de simetria à luz da teoria de Van Hiele e apresentar possibilidades para o ensino desta área do conhecimento. Trata-se de um relato de experiência desenvolvido com uma turma de mestrandos do Programa de Mestrado Profissional em Educação Científica e Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, na disciplina de Fundamentos da Geometria.

A metodologia de pesquisa utilizada nesta proposta foi a pesquisa qualitativa na qual o pesquisador se posiciona diante das reflexões apresentadas pelos professores mestrandos com a finalidade de repensar as práticas pedagógicas, bem como influenciar no processo de ensino e aprendizagem nas aulas de geometria. Conforme Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa se fundamenta na teoria de que um fato não pode ser compreendido apenas por meio de critérios de quantificação, visto que seria impossível quantificar saberes docentes e suas práticas. As pesquisas qualitativas na educação são empregadas para a realização de grande parte dos estudos que envolvem a atuação dos docentes, suas práticas e a sua formação

A aplicação da proposta se deu em três momentos distintos. No primeiro momento, os mestrandos foram solicitados a fazerem uma leitura do artigo “*A simetria no Ensino Fundamental através da solução de problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula*”, cujos autores são: Gilberto Vieira, Rosa Monteiro e Norma Suely Gomes Allevato. Este texto apresenta um recorte de uma pesquisa desenvolvida em um mestrado profissional em ensino de Ciências e Matemática (VIEIRA, 2011) que fez uma investigação em torno do ensino de geometria no Ensino Fundamental. O artigo foi publicado na Revista Bolema v. 7, nº 46 em agosto de 2013.

O artigo em questão faz alguns apontamentos sobre o ensino da Geometria no sistema escolar brasileiro. Os autores vêem a Geometria como um desafio para os professores de Matemática visto que estes encontram dificuldades que impossibilitam o trabalho com a Geometria. O texto destaca a formação deficitária de muitos docentes acarretando na falta de conhecimento. Nesta direção Cavalheiro, Alencar e Cassimiro (2022, p. 66) evidenciam que

A busca por uma formação inicial que proporcione uma efetiva articulação entre os saberes explorados no curso e sua aplicabilidade na escola, torna-se urgente. É necessária a compreensão de que não basta aplicar metodologias bem elaboradas se esta não estiver bem articulada com a realidade dos alunos. Também torna-se urgente compreender que o professor deve ter domínio dos fundamentos históricos e epistemológicos e dos conceitos teóricos-metodológicos.



Além da formação inicial do professor é necessário que ele busque aperfeiçoamento para as suas prática, conforme explicita Jesus (2021, p. 25) “é fundamental que o professor tenha domínio de saberes matemáticos e reconheça a importância das pesquisas em sua prática – aliando os conhecimentos teóricos à sua prática em sala de aula”. O hábito ou cultura de deixar o ensino da Geometria para o final do ano letivo e o espaço limitado destinado à Geometria nos guias e programas curriculares, também são fatores que dificultam o ensino da Geometria. Muitos são os motivos para o descaso com a Geometria nos currículos escolares. Para Machado (2021, p. 35-36)

Um dos principais acontecimentos que culminaram no abandono da geometria nos currículos escolares está o Movimento da Matemática Moderna, iniciado na década de 1960, pois se exigiu uma abordagem geométrica que os professores não dominavam. Assim, estes professores acabaram privilegiando aprofundar o ensino nos conhecimentos algébricos elencados pelo movimento como fundamental para o desenvolvimento lógico matemático.

Desta forma, os autores sinalizam a resolução de problemas como um caminho para que os alunos produzam o conhecimento formal de simetria a partir da intuição, exploração e investigação, tendo o professor como o mediador do conhecimento. Neste sentido o professor tem uma responsabilidade de contribuir para desenvolver, nos alunos, habilidades de pensar matematicamente de forma crítica e contextualizada, conforme aponta Ribeiro (2021, p. 11)

Sendo um dos elementos centrais para o desenvolvimento de uma sociedade mais crítica e informada o desenvolver a capacidade e habilidade de pensar por si, cumpre-nos, enquanto professores de e que ensinamos matemática, a responsabilidade de contribuir para desenvolver algumas dimensões desse pensamento focando, especificamente, no Pensar Matematicamente.

No segundo momento, os mestrandos, juntamente com a professora da disciplina, se reuniram a fim de refletir sobre a simetria e o papel que ela desempenha na escola e também na sociedade.

Os mestrandos consideraram o artigo relevante para suscitar reflexões acerca do ensino da simetria no contexto da sala de aula. Corroboraram com os autores do artigo ao mencionar sobre as dificuldades dos professores que impossibilitam o trabalho com a Geometria na educação básica. Foi mencionada pelos mestrandos, a falta de interesse dos alunos que, muitas vezes se dá pelo modo de como o professor aborda o tema, tratando-o de maneira formal e abstrata sem fazer relação com o contexto dos estudantes. O espaço destinado nos livros didáticos para o ensino da Geometria, em especial, da simetria, também foi uma questão conferenciada pelos mestrandos.

De acordo com Pavanello (2004) o ensino de Geometria sofre grande dificuldade dentro da grade da educação básica. A autora aponta dificuldade dos professores ao ensinar Geometria e uma das razões para este problema está a formação deficitária de muitos professores.

Vieira *et al* (2013) chama a atenção sobre o modo pelo qual o conhecimento de simetria é produzido pelo aluno da educação básica e reitera que é fundamental que o professor tenha possibilidades de desenvolver conteúdos matemáticos através



de situações em que os alunos são levados a criar hipóteses para resolver problemas.

O aluno estabelece o seu espaço na medida em que seu pensamento cognitivo seja colocado em ação. Desta forma, o ensino de Geometria deve possibilitar a exploração do espaço em que o aluno está inserido. A construção do espaço pelos estudantes se dá através da interpretação e interação com o meio.

É possível perceber que a Geometria está presente nos mais variados aspectos. Ela surge a partir dos problemas cotidianos, como aponta Lorenzato (2008, p. 43)

A cronologia da construção do conhecimento geométrico indica que o homem começou a geometrizar por conta da necessidade de reconstruir limites (fronteiras em terras), de construir artefatos ou instrumentos, de construir moradias, de navegar, de se orientar, etc. e na realização dessas atividades a medição desempenhou uma função importante.

A partir da fala do autor, percebemos a evidência de que a Geometria surge para trazer soluções para os mais variados problemas que se manifestam no cotidiano das pessoas. Ao estar presente no dia-a-dia dos alunos, ela permite que os estudantes desenvolvam a habilidade de interpretar o mundo, de se localizar, de perceber semelhanças e diferenças identificando as regularidades, conforme aponta os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática do ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1998, p. 56)

Desta forma, a Geometria nos leva a estabelecer relações entre os conceitos matemáticos e o contexto no qual vivemos, bem como favorece a análise das relações entre a álgebra e a Geometria.

É importante que, desde o ensino fundamental, os alunos sejam estimulados a levantar hipóteses a cerca dos objetos geométricos e testá-los através da observação e experimentação. Neste sentido Cavalheiro, Alencar e Cassimiro (2022, p. 66) destacam que

A Matemática crítica estimula a formação de um cidadão que se mantém em uma postura ativa, de reflexão. A Matemática pensada de maneira crítica está em movimento, não segue as regras da tendência tradicional que se resume em teoria e sessões de exercícios, mas se articula com o cotidiano do aluno e possibilita a inclusão de problemas e interesse vivenciados pelos educandos. A ausência da Matemática crítica que possibilite aos estudantes tomadas de decisões ao analisar e interpretar dados matemáticos no seu cotidiano contribui para o desinteresse e, conseqüentemente, para a dificuldade nesta disciplina.

Porém, o que se percebe nas escolas é que o ensino de Geometria nos



primeiros anos do ensino fundamental é reduzido ao reconhecimento de figuras geométricas e cálculo de perímetro e área. Já nos anos finais é tratada de maneira formal, sem ligação com o contexto do aluno. No final da década de 1990, os PCNs já traziam uma proposta de transformações geométricas para o ensino fundamental.

Ao final da discussão foi demandada, aos mestrandos, a construção de uma proposta de ensino e aprendizagem relacionada ao ensino de simetria à luz da teoria de Van Hiele, para o ensino fundamental, que será explanado mais adiante.

O ENSINO DE GEOMETRIA E A TEORIA DE VAN HIELE

O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico Van Hiele é resultado dos trabalhos de doutorado de Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele Geldof na década de 1950. Segundo Santos e Mazzini (2021, p. 4)

O modelo demorou a merecer atenção internacional. Nos Estados Unidos, somente na década de 1970, motivados por encontrar soluções para os problemas com o ensino de geometria na escola secundária, muitos pesquisadores tomaram como base de estudos a teoria dos Van Hiele. Em 1973, Hans Freudenthal publicou um livro intitulado “Mathematical as an Task Educational” no qual citava o trabalho dos Van Hiele e, em 1976, o professor americano Izaak Wirsup começou a divulgar o modelo em seu país.

Este modelo identifica o comportamento na aprendizagem no qual pode ser usado para orientar na formação e também para avaliar as habilidades dos estudantes. Neste modelo os alunos progridem conforme uma sequência de estágios através da compreensão de conceitos no ensino da Geometria. Neste sentido, Pachêco e Silva (2019, p. 480) apontam que “Na atualidade, essa teoria tem auxiliado professores na condução do processo de ensino e da aprendizagem no que se refere aos conhecimentos geométricos, sendo, portanto, um relevante instrumento”.

Este modelo propõe que os alunos avancem através de cinco níveis de compreensão hierárquicos, visto que determinado nível de raciocínio só pode ser atingido após passar por todos os níveis inferiores conforme aponta Araújo, Silva e Dias (2019, p. 2):

A teoria é composta por cinco níveis hierárquicos de aprendizagem, os quais são: visualização ou reconhecimento; análise; dedução informal ou classificação; dedução formal; e rigor. Cada nível apresenta cinco fases sequenciais de aprendizagem nas quais quando o aluno completa a quinta fase atinge um nível superior.

Kaleff *et al* (1993) aponta que o propósito da experiência com os níveis do pensamento seria de ajudar o aluno a desenvolver *insight* de geometria. Para os autores *insight* se define como o sujeito ser capaz de desempenhar conscientemente um método que resolva uma situação. Desta forma, “Para ter *insight* estudantes entendem o que estão fazendo, por que estão fazendo, e quando o fazem. Eles são capazes de aplicar seu conhecimento ordenadamente para resolverem problemas” (KALEFF *et al*, 1994, p.25).

Os níveis são numerados de 0 a 5. Para que os alunos acompanhem



determinado nível, é necessário, segundo Crowley (1994), que ele tenha dominado os níveis anteriores. O autor reitera que o progresso de um nível para o outro, depende mais do conteúdo e da metodologia do que da idade dos alunos.

No nível 1, chamado de *visualização*, os alunos tem contato com figuras geométricas, identificam por sua aparência, porém não reconhecem suas propriedades. Os alunos desenvolvem um vocabulário básico, identificam formas específicas e as reproduzem.

No nível 2 ou *análise*, os alunos passam, através de experimentação, a observar as características das figuras geométricas. Eles passam a conceitualizar classes de configurações através de suas propriedades. Neste nível os alunos passam a utilizar as propriedades para resolver problemas.

O nível 3 é nomeado de *dedução informal*. Nele, os alunos são capazes de estabelecer relações entre as propriedades e entre as figuras. De acordo com Crowley (1994), neste nível, um aluno consegue acompanhar demonstrações formais, porém não compreende que uma demonstração pode ser feita de diferentes maneiras.

O nível 4 é denominado de *dedução formal*. Neste nível os alunos começam a raciocinar formalmente estabelecendo a teoria geométrica através da dedução. Crowley (1994) pontua que os alunos, neste nível, conseguem construir suas próprias demonstrações.

No nível 5, também chamado de *Rigor*, os alunos constroem uma visão global trabalhando em vários sistemas axiomáticos, “A geometria é vista no plano abstrato”. (CROWLEY, 1994, p.4)

Os métodos podem acentuar ou retardar o processo. É necessário que o conteúdo e a metodologia estejam no nível do aluno. Desta forma, para favorecer a aquisição de um nível de pensamento e avanço para o nível posterior, Van Hiele propõe cinco fases de aprendizagem: interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração.

Na fase 1 (interrogação ou informação) o professor estabelece um diálogo com os estudantes, levanta questões e introduz um vocabulário específico do nível de compreensão.

A orientação dirigida acontece na fase 2. O professor apresenta atividades que levam os alunos a explorarem o objeto de estudo.

Na fase 3 (explicação) os alunos dialogam entre si sobre as propriedades e as características descobertas tendo como base, as experiências anteriores.

Na fase 4 que é a orientação livre, o professor introduz atividades com níveis de compreensão mais elevados interferindo o mínimo possível. Nesta fase os alunos precisarão buscar seus conhecimentos para resolver as situações propostas pelo professor.

A fase final, fase 5 (integração), os alunos irão sintetizar o que aprenderam. Nesta fase eles terão uma visão global do tema. O professor auxilia os alunos revendo o que eles aprenderam sem acrescentar dados novos. Desta forma, “No final da quinta fase, os alunos alcançaram um novo nível de pensamento. O novo domínio de raciocínio substitui o antigo, e os alunos estão prontos para repetir as fases de aprendizado no nível seguinte” (CROWLEY, 1994, p. 8).

O QUE SE ENTENDE POR SIMETRIA

Naturalmente a espécie humana é atraída por simetrias. A ideia de beleza



esta intimamente relacionada a princípios de simetria. Desta forma, a simetria é um dos elementos responsáveis pelo padrão de beleza.

É possível perceber na natureza vários padrões simétricos, como as colméias das abelhas, a pele das cobras, o casco da tartaruga. Em todos os espaços a simetria se faz presente: nas obras de arte, nas construções, nos móveis, nos mais diversos objetos que as pessoas utilizam no cotidiano. Sendo assim, o estudo da simetria na educação básica se faz necessário. Porém, torna-se relevante a percepção de que não basta reconhecer a simetria intuitivamente como aponta Ribeiro, Gibin e Alves (2021, p. 122)

É fácil reconhecer simetrias intuitivamente, mas é essencial que sejamos detentores de um conhecimento que nos permita defini-la matematicamente. Um conhecimento essencial refere-se a que uma figura no plano é simétrica se podemos dividi-la em duas partes de alguma maneira usando uma linha reta, de tal modo que as partes resultantes desta divisão coincidam perfeitamente, quando sobrepostas (são congruentes), mas que isso é condição necessária, mas não é condição suficiente.

O conceito de simetria ocupa espaço em diversas áreas de conhecimento além da Matemática, como a Física, a Química, a Biologia, a Arte, a Arquitetura, entre outras. Desta forma, a simetria possibilita a conexão da Matemática com outros conhecimentos tão necessários para a contextualização da Matemática na vida social. Stewart (2012, p. 9) afirma que a “simetria não é um número nem um formato, é um tipo especial de transformação – uma maneira de mover o objeto. Se o objeto parecer o mesmo depois de movido, a transformação presente é uma simetria”. Neste contexto, é possível afirmar que acontece a simetria quando certos objetos passam por transformações, como girar, se dobrar, se refletir e, ainda assim, permanecem inalterados.

Existem diferentes tipos de simetria. Segundo Martins (2018, p.109) “Os casos de Simetrias dos anos finais do ensino fundamental são: reflexão, rotação, translação, podendo ainda ser trabalhada a composição de simetrias”.

Os PCN já indicavam o trabalho com simetria nos anos finais do Ensino Fundamental

Construindo figuras a partir da reflexão, por translação, por rotação de uma outra figura, os alunos vão percebendo que as medidas dos lados e dos ângulos, da figura dada e da figura transformada são as mesmas. As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidade de percepção espacial e pode favorecer a construção de congruência de figuras planas (isometrias) (BRASIL, 1998, p. 86)

O atual documento que norteia a educação básica, a BNCC, aborda o processo de ensino e aprendizagem de simetria a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Este documento (BRASIL, 2018, p. 272) aponta que “o estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representação de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de geometria dinâmica”. E ainda reitera que é preciso

Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação,



rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular este estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 309)

A simetria de reflexão é também conhecida como axial. Podemos reconhecer esta simetria passando uma linha sobre a figura de tal maneira que as duas partes fiquem idênticas, tornando-se reflexo uma da outra, conforme aponta Martins e Mendes (2018, p.15) “Quando uma figura é refletida em um eixo imaginário o conjunto formado pela figura original e por seu reflexo caracteriza a reflexão, ou seja, a figura e sua imagem são simétricas por reflexão.”

A simetria por translação é definida pelo deslocamento de uma imagem através de um eixo sem fazer uso da reflexão ou da rotação. Esta imagem percorre no sentido de uma reta sem fazer giros ou inversão de sentido conforme aponta Martins e Mendes

Na Simetria de translação, todos os pontos de uma determinada figura se deslocam na mesma direção, no mesmo sentido e à mesma distância. Esse deslocamento está associado a um vetor. Assim, a figura é deslocada no plano como se fosse arrastada gerando novas figuras simétricas à primeira por translação. (MARTINS; MENDES, 2018, p. 16)

A simetria de rotação corresponde ao movimento de girar uma figura ao redor de um ponto sem que sua aparência sofra mudanças. Neste sentido, Martins e Mendes (2018, p. 18) apontam que “A Simetria de rotação consiste em se obter figuras simétricas por meio do giro dessa figura em torno de um ponto central, sob um ângulo determinado. A cada giro sob o mesmo ângulo, serão obtidas novas figuras, simétricas à figura original”.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE SIMETRIA

No terceiro momento deste experimento, foi solicitado aos mestrandos, construir uma sequência didática, segundo o entendimento da teoria de Van Hiele, para o ensino de simetria nos anos finais do ensino fundamental.

A proposta da primeira aula da sequência didática é levar os alunos a observarem figuras, através de um *data show*, que apresentam explicitamente o conceito de simetria. Desta forma, espera-se que os alunos reconheçam intuitivamente o conceito de simetria

No segundo momento, o professor propõe que os alunos reflitam sobre o eixo de simetria. Nesta atividade o professor irá usar papel em branco e bisnagas de várias cores de tinta. Os alunos irão pingar algumas gotas de tinta, usando cores de sua preferência, em um dos lados do papel. Ao dobrar a folha ao meio, os alunos irão pressionar com as mãos o papel a fim de espalhar a tinta. Ao abrir a folha, eles se deparam com figuras abstratas e coloridas em que um dos lados da folha é o espelho do outro lado.

Com esta atividade, espera-se que os alunos analisem, por conta própria, o eixo de simetria presente na figura. Com isso ele pode classificar as figuras em aquelas que apresentam simetria e as que não apresentam simetria.



É possível, a partir daí, que os alunos comecem a transição entre o primeiro e o segundo nível proposto pela teoria de Van Hiele.

No terceiro momento, o professor questiona os alunos sobre o conceito do eixo de simetria e onde podemos encontrar este eixo na natureza, na arquitetura, nas obras artísticas. Após ouvir os alunos, o professor mostra gravuras de várias figuras para que os alunos encontrem o eixo de simetria. Neste momento, os alunos poderão dar exemplos de simetria axial utilizando o próprio ambiente da escola. Espera-se que neste momento, os alunos estejam inseridos no terceiro nível da teoria de Van Hiele.

Na próxima atividade, o professor apresenta uma malha quadriculada com dois eixos perpendiculares (horizontal e vertical), indicados com linhas mais acentuadas, formando um quadrante. Pede para os alunos construírem uma figura no primeiro quadrante. Após a criação do desenho, o professor pede para que os alunos desenhem uma imagem simétrica em relação ao eixo vertical. Depois de concluído esta parte da atividade, o professor solicita aos alunos que desenhem uma imagem simétrica ao eixo horizontal.

Neste momento, o professor incentiva os alunos a discutirem sobre o que ocorre com uma figura ao se aplicar sucessivamente duas simetrias de reflexão com eixos perpendiculares. Espera-se que eles percebam que isso equivale a uma simetria de rotação de 180° em relação ao ponto de encontro dos eixos.

Ao iniciar o trabalho com malha quadriculada no ensino fundamental, o professor proporciona a oportunidade de desenvolver noções de plano cartesiano e também de coordenadas cartesianas. Desta forma o aluno constrói noções para o estudo das funções e seus gráficos quando ele estiver no ensino médio.

Espera-se que neste momento da sequência didática os alunos já estejam capazes de compreender as estruturas dedutivas e organizar as propriedades percebidas na figura. Desta forma, é possível que os alunos estejam no quarto nível da teoria de Van Hiele.

Este modelo leva o professor a ter um esclarecimento sobre o desenvolvimento geométrico dos alunos bem como ajuda na maneira de como trabalhar a geometria didaticamente, conforme pontua Silva e Dias (2020, p. 174)

Duas teorias formam o modelo, a dos níveis de raciocínio (visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor) e a das fases de aprendizagem (informação, orientação direta, explicitação, orientação livre e integração). O primeiro visa esclarecer como é desenvolvido o raciocínio geométrico dos alunos, já o segundo é uma orientação didática facilitadora do progresso entre os níveis, onde as atividades são colocadas de forma sequencial. O modelo também possui propriedades próprias: sequencial, avanço, intrínseco e extrínseco, linguística e combinação inadequada.

Neste sentido, os níveis do pensamento geométrico e as fases de aprendizagem são elementos que levam os professores a identificarem o nível de maturidade geométrica de seus alunos. Neste sentido, é possível que os professores possam, a partir daí, criar estratégias para ajudar os alunos a passarem de um nível para o outro.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática está presente nos mais variados contextos da sociedade e abrange diferentes aspectos. Porém, para uma grande parte da população, a Matemática se faz presente apenas nos contextos de números e operações. Neste sentido, é necessário que os professores façam um trabalho de desenvolvimento pleno da Matemática ampliando o conhecimento dos alunos. O processo de ensino e aprendizagem tem se tornado um desafio nas escolas brasileiras, como aponta Silva e Oliveira (2020, p. 2)

O ensinar e aprender Matemática, no Brasil, têm se caracterizado como um grande desafio, sobretudo pelos baixos resultados alcançados por um grande número de estudantes da Educação Básica. Isso, de certa forma, tem levado professores pesquisadores, de escolas e universidades, a partir da realização de pesquisas científicas, a buscar entender os motivos dessa não aprendizagem na expectativa de mudar esta realidade.

Sendo assim, este texto buscou refletir sobre os aspectos importantes na formação de professores. A busca pelo conhecimento é um aspecto importante para a constituição de profissionais críticos e reflexivos.

Os conhecimentos matemáticos no campo da Geometria se justificam por ser um instrumento que levam as pessoas a atuarem no mundo de forma mais eficaz. A Geometria está interligada e vinculada a outros campos de conhecimento. Diversas habilidades e conceitos geométricos são primordiais para a resolução de problemas, bem como possibilita a compreensão do mundo no qual o estudante está inserido. A simetria é fundamental para a compreensão de diversos conceitos geométricos e de movimentos no plano e no espaço.

Dentro da importância do tema da simetria e das possibilidades que ela permite, a proposta da sequência didática apresentada neste texto, permite que o aluno se constitua como investigador estabelecendo conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Desta forma, a aprendizagem torna-se mais significativa.

A partir da exploração e da resolução de problemas, o professor pode conduzir o estudante ao desenvolvimento da capacidade da estimativa visual e aprendizagem de conceitos matemáticos.

As reflexões apresentadas neste texto têm a finalidade de abrir novas discussões e trazer possibilidades para o ensino de simetria no ensino fundamental. É interessante que os professores considerem a análise dos aspectos cognitivos envolvidos na aprendizagem dos alunos.

A aplicação das atividades em consonância com os níveis e fases de aprendizagem, pautados na teoria de Van Hiele, podem garantir a oportunidade de trabalhar de forma significativa os conceitos geométricos. Desta forma, os alunos poderão refletir, explorar, questionar, construir hipóteses, trocar ideias e elaborar conjunturas sobre os conteúdos geométricos ampliando significativamente seus conhecimentos matemáticos.



REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Adamária da Silva; SILVA, Carla Lima; DIAS, Sheila Nathyelle Alves. Formação de professores de Matemática: experiências no ensino de geometria com base na teoria de Van Hiele. 2019. In: **Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática**. Ilheus, Bahia XVIII EBEM. Disponível em https://casilhero.com.br/ebem/mini/uploads/anexo_final/de297f6ae2006cb7afdb46e17b30b772.pdf

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **A investigação qualitativa em educação**. Porto/Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CAVALHEIRO, Rosemary Borin; ALENCAR, Edvonete Souza de; CASSIMIRO, Silvia Regina da Silva. **Análise das disciplinas para o ensino da Matemática nos cursos de pedagogia nas instituições públicas de Mato Grosso do Sul**. Boletim online de Educação Matemática. Florianópolis, v. 10, n. 19, p. 63-80, fevereiro/2022.

CROWLEY, Mary L. O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary M.; SCHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994, p. 1-20.

JESUS, Patricia dos Santos de. **A literatura infantil para o ensino fundamental: uma sequência didática formativa**. Dissertação (Mestrado). Dourados, MS: UEMS, 2021.

KALEFF, Ana M. ; *et al.* **Desenvolvimento do pensamento geométrico: modelo Van Hiele**. Bolema, Rio Claro, v. 10, p. 21-30, 1994.

MACHADO, Kalyne Tereza. **Uma investigação sobre os níveis de conhecimento geométricos de licenciados em Matemática por meio da teoria de Van Hiele**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). São Cristóvan, SE: Universidade Federal de Sergipe, 2021.

MARTINS, Jeová Pereira. **Livro didático, artefatos socioculturais e ensino de simetria no Ensino Fundamental**. Rematec, Ano 13 - n. 29, p. 107–119, set./dez, 2018.

MARTINS, Jeová Pereira; MENDES, Iran Abreu. Exploração e problematização de simetrias em artefatos socioculturais para o uso do ensino fundamental. **Revista Latino Americana de Etnomatemática**, v. 11, n. 2, p. 8-30, maio/agosto, 2018.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Carmen Lucia B. **A geometria nas séries**



iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PACHECO, Franklin Fernando Ferreira; SILVA, Andreza Santana da. **O estudo da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental a partir dos Parâmetros para a educação básica do estado de Pernambuco:** um olhar sobre a ótica da Teoria de Van Hiele. Campo Mourão, PE: RPEM, v. 8, n. 17, p. 475-492, jul-dez, 2019.

PAVANELLO, Regina Maria. **Por que ensinar/aprender geometria.** Trabalho apresentado no VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004.

RIBEIRO, Miguel. **Pensar Matematicamente envolvendo diferentes formas de ver e de contar e as conexões com o Pensamento Algébrico.** Campinas: CIEspMat Pesquisa e Formação, 2021.

RIBEIRO, Miguel; GIBIN, Gabriela Faria Barcelos; SOUZA, Carla Alves de. **Professor: Reflexão e Simetria.** Curitiba: CRV, 2021.

SANTOS, Marcio Eugen Klingenschnid Lopes dos; MAZZINI, Talita Freitas dos Santos. Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do ensino fundamental. **Revista de Casos e Consultoria**, v. 12, n.1, 2021.

SILVA, Américo Junior Nunes da; OLIVEIRA, Caique Melo de. **A pesquisa na formação do professor de Matemática.** Itapetininga: RIFP, v.5, p. 1-23, 2020.

SILVA, Graciely Franco da Silva; DIAS, Marcelo de Oliveira. **Modelo Geométrico de Van Hiele:** estados de arte nos encontros nacionais de Educação Matemática (ENEM). RenCiMa, v. 11, n.1, p. 169-188, 2020.

VIEIRA, Gilberto; PAULO, Rosa Monteiro; ALLEVATO, Suely Gomes. **Simetria no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas:** possibilidades para um trabalho em sala de aula. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 613-630, ago. 2013.

Recebido em: 15/11/2022

Aceito em: 26/12/2022