



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM TEMPOS DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA: UM ESTUDO A PARTIR DAS OBRAS DE MANOEL JAIRO BEZERRA E ARY QUINTELLA

Jonathan Machado Domingues¹

RESUMO

Este texto tem o objetivo de investigar a presença da resolução de problemas em tempos do ideário da Matemática Moderna a partir das produções de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra. Para a elaboração dessa narrativa histórica, restringiu-se a dois livros de ensino, a saber: *Iniciando a Matemática Moderna - vol. 1* e *Iniciando a Matemática Moderna - vol. 2*. A escolha dessas duas materialidades se justifica na medida em que se encontram em diálogo com os currículos produzidos pela Secretaria de Educação do Estado da Guanabara. Buscar-se-á responder à seguinte questão: Como a resolução de problemas se faz presente nos livros de ensino: *Iniciando a Matemática Moderna vol. 1* e *vol. 2*? A pesquisa bibliográfica e documental tem, como referencial teórico-metodológico, a utilização dos seguintes conceitos: *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar*. Em linhas de síntese, a partir dos professores Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra, defende-se que a resolução de problemas em tempos do ideário do Movimento da Matemática Moderna foi um saber para ensinar com grande utilização nos conteúdos direcionados para as operações matemáticas.

Palavras-chave: História da educação matemática. Ensino. Saber para Ensinar. Saber a Ensinar. Operações Matemáticas.

PROBLEM SOLVING IN TIMES OF THE MODERN MATHEMATICS MOVEMENT: A STUDY BASED ON THE WORKS OF MANOEL JAIRO BEZERRA AND ARY QUINTELLA

ABSTRACT

This text aims to investigate the presence of problem solving in times of the ideals of Modern Mathematics based on the productions of Ary Quintella and Manoel Jairo Bezerra. For the elaboration of this historical narrative, it was restricted to two teaching books, namely: *Initiating Modern Mathematics - vol. 1* and *Starting Modern Mathematics - vol. 2*. The choice of these two materialities is justified insofar as they are in dialogue with the curricula produced by the Secretary of Education of the State of Guanabara. An attempt will be made to answer the following question: How problem solving is present in textbooks: *Starting Modern Mathematics vol. 1* and *Vol. two*? The bibliographical and documental research has, as a theoretical-methodological reference, the use of the following concepts: *knowledge to teach* and *knowledge to teach*. In summary, from professors Ary Quintella and Manoel Jairo Bezerra, it is argued that solving problems in times of the Modern Mathematics Movement was a knowledge to teach with great use in contents directed to mathematical operations.

¹ Doutorando em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência (PPGESIA) pela Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP). Mestre em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Graduado em Pedagogia pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática (GHEMAT-Brasil). Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática - São Paulo. <https://orcid.org/0000-0002-1065-5655>. domingues.jonathan@unifesp.br. Bolsista Capex.



Keywords: History of mathematics education. Teaching. Knowing for Teach. Knowing to Teach. Math operations

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN TIEMPOS DEL MOVIMIENTO DE LAS MATEMÁTICAS MODERNAS: UN ESTUDIO A PARTIR DE LOS TRABAJOS DE MANOEL JAIRO BEZERRA Y ARY QUINTELLA

RESUMEN

Este texto tiene como objetivo investigar la presencia de la resolución de problemas en tiempos de las ideas de la Matemática Moderna a partir de las producciones de Ary Quintella y Manoel Jairo Bezerra. Para la elaboración de esta narración histórica, se restringió a dos libros didácticos, a saber: *Iniciando las Matemáticas Modernas - vol. 1* y *Matemáticas modernas iniciales - vol. 2*. La elección de estas dos materialidades se justifica en la medida en que están en diálogo con los planes de estudio producidos por la Secretaría de Educación del Estado de Guanabara. Se intentará responder a la siguiente pregunta: ¿Cómo está presente la resolución de problemas en los libros de texto: *Starting Modern Mathematics vol. 1* y *vol. ¿dos?* La investigación bibliográfica y documental tiene como referente teórico-metodológico el uso de los siguientes conceptos: saber para enseñar y saber para enseñar. En síntesis, de los profesores Ary Quintella y Manoel Jairo Bezerra, se argumenta que la resolución de problemas en tiempos del Movimiento de las Matemáticas Modernas era un saber a enseñar con gran utilidad en contenidos dirigidos a las operaciones matemáticas.

Palabras clave: Historia de la educación matemática. Enseñando. Saber para Enseñar. Saber para Enseñar. Operaciones matemáticas.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Qual a finalidade e/ou propósito de um historiador da educação matemática? Inicia-se esse artigo com a respectiva interrogação em virtude dessa narrativa considerada histórica encontrar-se inserida na área de pesquisa da História da Educação Matemática. Neste sentido, Valente (2013) afirma que as produções desses sujeitos referem-se à “[...] construção de ultrapassagens de relações ingênuas, místicas, românticas e memorialísticas sobre as práticas do ensino de matemática realizadas noutros tempos” (VALENTE, 2013, p. 28).

Dessa maneira, a realização de uma operação historiográfica, conforme pontua De Certeau (2017), deve conter 3 (três) aspectos basilares, dentre eles um lugar, uma prática, e uma narrativa, o que, possibilita ao historiador da educação matemática desenvolver sua pesquisa, possibilitando-se a inclusão, num contexto macro, da pesquisa científica, tendo em vista que se trata de um movimento investigativo, em que se busca solucionar determinado problema, conseguir alguma resposta ou, até mesmo, aprofundar determinadas investigações realizadas em tempos passados.

Assim, Gil (2002) afirma que a pesquisa, em sua completude e em sua totalidade, demanda a demarcação da área em que se encontra inserida, na medida em que “[...] é requerida quando não se dispõe de informação suficiente para responder ao problema ou, então, quando a informação disponível se encontra em tal estado de desordem que não pode ser adequadamente relacionada ao problema” (GIL, 2002, p. 17). Pontua-se que uma pesquisa científica possui uma variedade bibliográfica, documental, de campo, quantitativa, qualitativa, entre outras. Destarte, o presente artigo pode ser considerado uma pesquisa bibliográfica e documental.



Em relação à escolha de prática bibliográfica, considera-se que ela ocorre na medida em que é “[...] desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 2002, p. 44). Em relação ao documental, corrobora-se com Kripka, Scheller e Bonotto (2015) que afirmam ser:

[...] aquela em que os dados obtidos são estritamente provenientes de documentos, com o objetivo de extrair informações neles contidas, a fim de compreender um fenômeno; é um procedimento que se utiliza de métodos e técnicas para a apreensão, compreensão e análise de documentos dos mais variados tipos; é caracterizada como documental quando essa for a única abordagem qualitativa, sendo usada como método autônomo. Porém, também é possível utilizar documentos e análise de documentos como estratégias complementares a outros métodos (KRIPKA; SCHELLER; BONOTTO, 2015, p. 58).

Dito isso, o presente artigo objetiva investigar a presença da resolução de problemas em tempos do ideário da Matemática Moderna, a partir das produções de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra. Para a elaboração dessa narrativa histórica, restringiu-se especificamente a duas produções de ensino, sendo elas intituladas ‘Iniciando a Matemática Moderna – vol. 1’ (BEZERRA; QUINTELLA; SILVA, 1967) e ‘Iniciando a Matemática Moderna – vol. 2’ (BEZERRA; QUINTELLA, 1969), tendo-se como uma das justificativas, o fato de que as respectivas materialidades, frutos da cultura escolar, terem sido usufruídas e se apresentarem com “[...] eficiência em várias classes de escolas brasileiras” (BEZERRA; QUINTELLA; SILVA, 1967, p. 05).

Igualmente, a proposta teve como referência os programas em que se encontravam em atividade pela Secretaria de Educação do Estado da Guanabara, sendo bastante utilizada no Instituto de Educação da Guanabara, uma vez que os docentes estavam compondo o quadro docente da instituição. Nesta perspectiva, a partir de Choppin (2004), pode-se identificar a presença de aspectos que caracterizam o livro com a função referencial.

Pode-se inferir que o volume 1 das produções de Manoel Jairo Bezerra e Ary Quintella teve a participação da professora Maria Helena Silva. Doravante, tem-se que “[...] ele constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações” (CHOPPIN, 2004, p. 553).

Todavia, em relação ao formato, em ambos os volumes os autores acabam possuindo o objetivo de proporcionar orientação aos professores, tanto é que indicaram, em formato de nota de rodapé de algumas páginas, determinados instrumentos metodológicos e didáticas que o docente deveria ou poderia utilizar ao ministrar um determinado saber matemático. Por mais, antes de haver a iniciação e introdução dos conteúdos, é exposta uma súmula do desenvolvimento do programa, que contém os seguintes aspectos: (i) assuntos; (ii) noções matemáticas; e (iii) objetivos.

De acordo com Bezerra (1962a), pode-se afirmar que o ensino da resolução de problemas é um saber matemático de grande valia para o programa de matemática. Todavia, o catedrático do Instituto de Educação da Guanabara pontua, em sua obra, a necessidade de o docente obter determinados conhecimentos sobre algumas maneiras relevantes de constituição e elaboração de problemas que resultam em aprendizagem, assimilação e fixação do conteúdo, não se desconsiderando,



entretanto, as dificuldades dos estudantes que compõem a classe em que será implementada essa prática formativa.

Bezerra (1962a, p. 47) levanta a seguinte inquietação e acaba, automaticamente, apresentado a resposta, como pode ser visto a seguir, em relação à resolução de problemas, com fatos que estão presente no cotidiano do discente: "Por acaso não é verdadeiro propósito da matemática tornar os educandos capazes de resolver os problemas da vida quotidiana? Certamente que é. E é por isto que esses problemas, sempre que possível, devem ser apresentados em aula"

Todavia, Bezerra (1962a) reforça que essa considerada 'técnica didática', ao trazer aspectos do cotidiano da criança e/ou de um integrante da classe, possibilita aos alunos sentirem "[...] que seus problemas podem ser expressos e resolvidos pela matemática" (p. 47). Diante disso, defende-se, neste artigo, que a resolução de problemas pode ser vista como um saber para ensinar, pois de acordo com Bertini, Morais e Valente (2017) "[...] têm por especificidade a docência, ligam-se àqueles saberes próprios para o exercício da profissão docente" (p. 11).

Em contrapartida, os saberes a ensinar "[...] referem-se aos saberes produzidos pelas disciplinas universitárias, pelos diferentes campos científicos considerados importantes para a formação do professor" (BERTINI; MORAIS; VALENTE, 2017, p. 11).

Dessa maneira, a partir dos aspectos sinalizados anteriormente, pode-se inferir que resolução de problemas pode ser entendida como um material didático, uma vez que é um instrumento utilizado pelo professor "[...] para realizar a aprendizagem" (BEZERRA, 1970, p. 23). Ademais, uma das funções é "[...] interessar maior número de alunos no estudo dessa ciência" (BEZERRA, 1970, p. 24).

Além do mais, serve para "[...] facilitar as atividades reflexas do aluno que o levam a estabelecer, progressivamente, as operações que, interiorizadas, se coordenam em estruturas e preparam o rigor dedutivo ulterior" (BEZERRA, 1970, p. 24).

Em relação ao Movimento da Matemática Moderna, observa-se, a partir do estudo desenvolvido por Burigo (2009), que teve sua gênese na Europa e nos Estados Unidos, locais em que se teve circulação e apropriação do ensino e formação de forma significativa, observando-se impacto maior no Brasil se comparado com outros países da América Latina.

Pode-se mencionar, em especial, no final da década de 1950, e no decorrer da década de 1960-1970, o surgimento de vários grupos de estudos em solo brasileiro, além de reformulação de livros didáticos (VILLELA, 2009), inclusão de novos saberes no currículos, existindo certo protagonismo (por exemplo) com relação ao estruturalismo, conforme pontua o Domingues e Coradini (2022), além de haver formação continuada de professores a respeito da Matemática Moderna.

Em relação à estrutura do artigo, para além das considerações iniciais aqui apresentadas, são expostas, subsequentemente, algumas considerações a respeito da resolução de problemas a partir da lente de Manoel Jairo Bezerra. Posteriormente, apresenta-se as análises e os resultados desta investigação, findando-se com as considerações finais.

Em linhas de síntese, a questão que norteou o presente artigo foi: *Como a resolução de problemas se faz presente nos livros de ensino: Iniciando a Matemática Moderna vol. 1 e vol. 2?*



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: APONTAMENTOS A PARTIR DE MANOEL JAIRO BEZERRA

Manoel Jairo Bezerra sinaliza que a resolução de problemas era a união de 4 (quatro) partes basilares, a saber: (i) interpretação e percepção do problema; (ii) útil apreciação dos dados do problema; (iii) ensinar o aluno a ver e analisar as relações que podem ser empregadas; e (iv) dar ao aluno a habilidade específica de calcular rápido e corretamente.

Em relação à primeira parte, Bezerra (1962a) entende que pode existir dificuldade por parte do estudante ao se apresentar a atividade para ser solucionada, tendo-se, por exemplo, a maneira em que se encontra formulada. Como será possível observar posteriormente, no tópico das análises e resultados, a junção de um texto, intercalando-se com figuras que servem (de certo modo) para concretizar a ideia exposta, pode provocar determinadas complicações na identificação e solução de elementos que se fazem necessários para se chegar à resposta correta.

Nesse sentido, Bezerra (1962a) recomenda que o professor provoque e ‘aguçe’ os sentidos interpretativos da criança, com a finalidade de o aluno realizar uma leitura com atenção, nos mínimos detalhes do que lhe é apresentado, com o propósito de conseguir êxito na resolução dos problemas a que são submetidos.

Ademais, como é possível observar na Figura 1, Bezerra (1962a) recomenda que o professor, no processo inicial de utilização dessa ‘técnica de ensino’, (considerada material didático para todos os fins, conforme mencionado no tópico anterior) apresente aos alunos problemas de dificuldade simples, para, assim, ao longo do processo da aprendizagem, proceder à fixação e assimilação de um determinado saber a ensinar matemático e se comece a ter, de forma contínua, a elevação do nível da dificuldade.

Figura 1 – Problema de dificuldade simples

- | |
|---|
| a) Qual o dobro de cinco, mais um ? (Resp. : 11) |
| b) Qual o dobro, de cinco mais um ? (Resp. : 12) |
| c) Qual o número cujos $\frac{3}{5}$ mais os $\frac{2}{3}$ é 38 ? (Resp. : 30) |
| d) Qual o número cujos $\frac{3}{5}$ mais $\frac{2}{3}$ é 38 ? (Resp. : $62 \frac{2}{9}$). |

Fonte: Bezerra (1962a).

Outra parte mencionada por Bezerra (1962a), e que é de grande valia para o ensino de resolução de problemas, diz respeito à apreciação dos dados pelos quais o problema é constituído. O professor catedrático do Instituto de Educação da Guanabara expõe que, nas décadas de 1950 e 1960, (podendo-se, levantar como hipótese o alargamento temporal em relação aos livros de ensino de matemática), os autores acabam solicitando ao estudante que resolva um determinado problema. Todavia, o mesmo apresenta os dados que serão utilizados.

Neste sentido, é possível observar (identificar) que muitos professores e pesquisadores, nas décadas de 1950 e 1960, por exemplo, acabam a criticar essa prática de apresentação de dados, por exemplo, sinalizada anteriormente, em razão de que, “[...] não fornecendo outros dados, estarão facilitando demais a tarefa do aluno, e roubando-lhe a prática que o educando deveria ter em poder selecionar, em um problema, os dados necessários, e somente estes” (BEZERRA, 1962a, p.49). Em contrapartida, Manoel Jairo Bezerra acaba entendendo que a utilização da resolução de problemas deveria ser do fácil para o difícil, tendo em vista que possui o dever de



“[...] proporcionar ambas as espécies de dados, não com a finalidade de tornar o problema mais difícil, mas apenas no sentido de dar realidade a um problema que isto exija” (BEZERRA, 1962a, p. 49-50).

Na terceira parte, o professor Manoel Jairo Bezerra, considera ensinar ao aluno a ver e analisar as relações que podem ser empregadas, sendo esse processo caracterizado por ele como a parte da focalização do raciocínio. De acordo com o catedrático, para se ter êxito nessa prática, deveria existir uma dependência de três fatores cruciais: “(a) vislumbrar claramente as condições do problema; (b) usar um plano definido em seu raciocínio; (c) julgar racionalmente o resultado encontrado, a fim de não aceitar um resultado absurdo, fruto, geralmente, de um erro de cálculo” (BEZERRA, 1962a, p. 50).

Na grande maioria dos problemas que contêm dados direcionados para idades, Bezerra (1962a) sinaliza a possibilidade do aparecimento de resultados fora do padrão que é imposto, e que são vividos no cotidiano do estudante, se tornando comum a identificação de uma faixa etária dos pais mais baixa ou quase parecida com a dos filhos, ou aqueles problemas na identificação de algarismos, o que pode ocasionar no resultado maior de nove e/ou aparição de números negativos, fracionários, entre outros problemas para os quais pode aparecer uma solução ou, em outras palavras, um resultado fora de uma determinada lógica.

Esse defeito, aliás, vem, em geral, do curso primário onde a professora vai perguntando ao Joãozinho, Pedrinho, etc., pela resposta do problema até que apareça a certa, quando, didaticamente aconselhável seria a professora parar no primeiro resultado disparatado, exagerar, com habilidade, (para não tirar o interesse daquele aluno pelos problemas) a resposta errada e aproveitar para fazer toda turma, sentir reviver o problema (BEZERRA, 1962a, p. 50).

A última parte relevante para o ensino de resolução de problemas, de acordo com o professor Jairo Bezerra, seria dar ao aluno a habilidade específica de calcular rápido e corretamente. Nesta etapa, pode-se levantar como hipótese a presença do cálculo mental, que pode ser mais entendido através das seguintes pesquisas: Conceição (2021) e Berticelli (2017).

De acordo com Bezerra (1962a), esse movimento [etapa; parte] pode ser compreendido como uma fase para o estudante, podendo-se deparar com uma espécie de preparação para solucionar problemas que requeiram saberes voltados para as operações, assim como em relação à habilidade de calcular e resolver equações e sistemas.

Dessa forma, pode-se inferir que o saber para ensinar visto como material didático e a resolução de problemas, segundo Bezerra (1962a), devem ser vistos e compreendidos como saberes de grande relevância, e merecem investigações no campo do ensino, formação, entre outras áreas, em razão da sua importância no ensino da Matemática Elementar.

Assim, Bezerra (1962a) resume da seguinte maneira:

Deve o aluno primeiro ler com atenção o problema, a fim de ver o que se pergunta e o que deve ser considerado, para poder achar a resposta àquela pergunta. A seguir, raciocinar através das relações por ele selecionadas, do fim para o princípio do problema, e só então proceder aos cálculos que devem ser realizados do começo para o



final (BEZERRA, 1962a, p. 51-52).

No próximo tópico são apresentadas as análises e resultados deste artigo, que teve o objetivo de investigar a presença da resolução de problemas em tempos do ideário da Matemática Moderna, a partir das produções de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra, e responder a seguinte interrogação: *Como a resolução de problemas se faz presente nos livros de ensino: Iniciando a Matemática Moderna vol. 1 e vol. 2?*

ANÁLISES E RESULTADOS

Como mencionado anteriormente, foi realizado um movimento de localização nas obras de ensino desenvolvidas por Manoel Jairo Bezerra e Ary Quintella, especificamente no primeiro e no segundo volume do livro publicado pela Companhia Editora Nacional, intitulado '*Iniciando a Matemática Moderna*' acerca dos exercícios que continham no título: '*leia cada problema*', com intuito de serem solucionados.

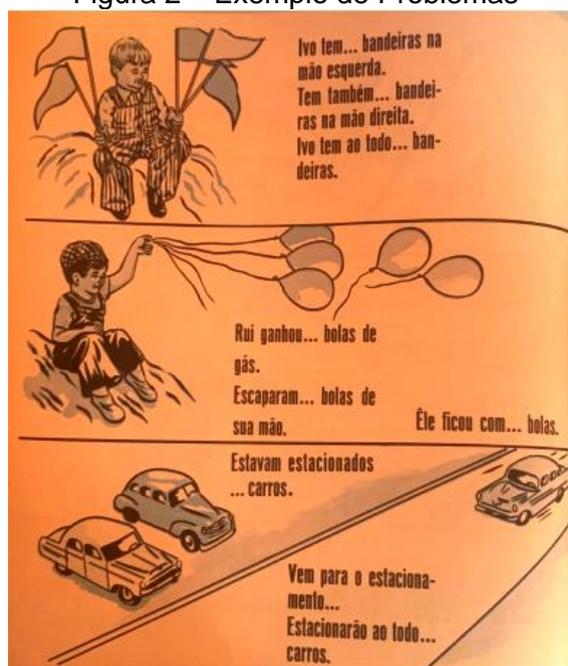
Todavia, as produções de ensino em questão de investigação, consideradas como fontes privilegiadas, foram norteadas a partir dos "[...] programas da Secretaria de Educação do Estado da Guanabara" (BEZERRA; QUINTELLA, 1969, p. 03), "[...] servindo como maior campo de experimentação os diferentes cursos do Instituto de Educação da Guanabara" (BEZERRA; QUINTELLA; SILVA, 1967, p. 05).

O primeiro problema apresentado no vol. 1 (BEZERRA; QUINTELLA; SILVA, 1967) possui um direcionamento e o intuito de provocar, na criança, o desejo de resolver problemas com dificuldade baixa, com o propósito de se ter a solução de determinadas equações. Todavia, a partir de Bezerra, Quintella e Silva (1967), esperava-se que as crianças, no processo de resolução, viessem a adquirir domínio nas operações matemáticas, especificamente na adição e na subtração, tendo em vista que foi um dos saberes a ensinar expostos para o discente, com o objetivo de resolver equações com adições e subtrações e, além do mais, armar uma operação de adição e subtração.

Nesta direção, para além da compreensão e assimilação da criança, a mesma, recorrendo-se à sequência de ensino proposta por Bezerra, Quintella e Silva (1967), já havia se dedicado a um período de ensino e aprendizagem de maneira precisa sobre a escrita de equações, o que tinha o propósito de traduzir um texto por uma equação. Por isso, esperava-se que a criança tivesse, de fato, uma segurança e um domínio a respeito da equação correspondente ao problema, para, assim, se ter a apresentação de um trecho de uma estória, por exemplo, como pode ser visto na Figura 2.



Figura 2 – Exemplo de Problemas



Fonte: Bezerra, Quintella e Silva (1967).

Registra-se que, a partir de Bezerra, Quintella e Silva (1967), observou-se uma orientação didática e metodológica em relação aos exercícios considerados análogos, os quais deveriam ser apresentados para as crianças mais de uma vez, com variação, como por exemplo: “[...] mandar a criança escolher, dentre várias equações, escritas ao lado do problema, a que corresponde exatamente ao problema” (p. 50).

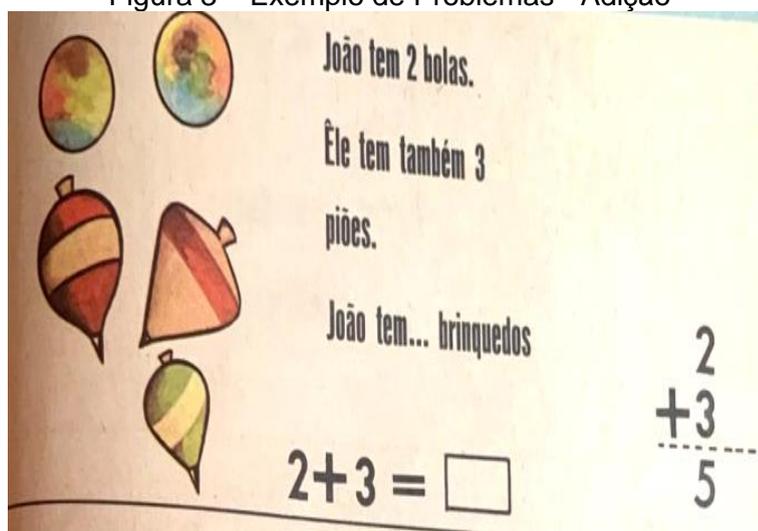
Posteriormente, são apresentados três problemas, sendo que o primeiro possui indicação de elementos que se fazem presentes no cotidiano e no brincar das crianças da década de 1960, a saber: bolas, piões, e brinquedos.

O segundo é voltado para a questão monetária, havendo imagens de notas e moedas e, por fim, o terceiro refere-se às frutas (laranjas e maçãs).

No primeiro problema exposto por Bezerra, Quintella e Silva (1967), observou-se a exposição às equações, sendo possível localizar os sinais, assim como as operações armadas, existindo a necessidade de a criança inserir, no retângulo, o resultado já exposto ao lado. Outrossim, levanta-se a hipótese de que esse movimento de ensino e aprendizagem existe para se ter convicção por parte da criança que assimilou a realização da operação matemática de adição (Figura 3).



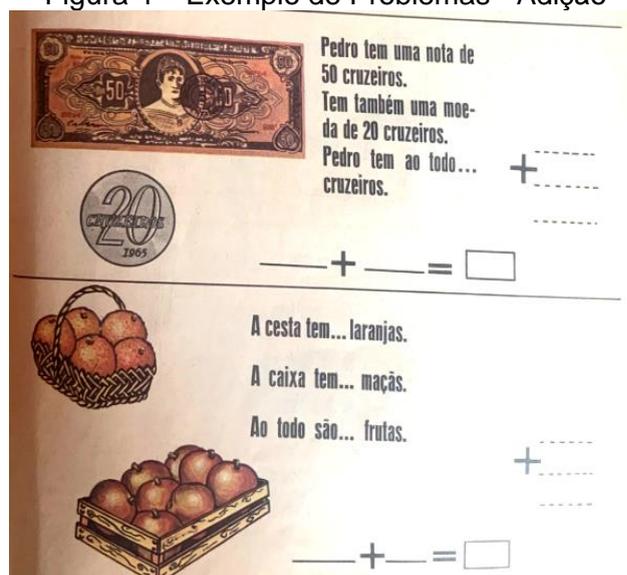
Figura 3 – Exemplo de Problemas - Adição



Fonte: Bezerra, Quintella e Silva (1967).

Em seguida, nos exemplos que envolvem as notas e moedas, observa-se que a criança teria de completar as faixas, o que, de acordo com Bezerra, Quintella e Silva (1967), possibilita que o professor realize indicações e outras problematizações a respeito do sistema monetário da época, tendo-se como referência o cruzeiro. O último exemplo, porém, com as frutas, segue o mesmo direcionamento do anterior em relação ao fato de se completar as equações com sinais, intercalando-se com o armamento das operações (Figura 4).

Figura 4 – Exemplo de Problemas - Adição



Fonte: Bezerra, Quintella e Silva (1967).

Depois de haver apresentação e resolução de problemas voltados e/ou que utilizassem a operação matemática de adição, as crianças foram, em seguida, submetidas a problemas pequenos para que pudessem resolvê-los. Os problemas, entretanto, eram apenas de subtração (Figura 5), no mesmo estilo que pode ser visto na Figura 2, existindo a necessidade de completar as equações e armar as operações.



Figura 5 – Exemplo de Problemas - Subtração

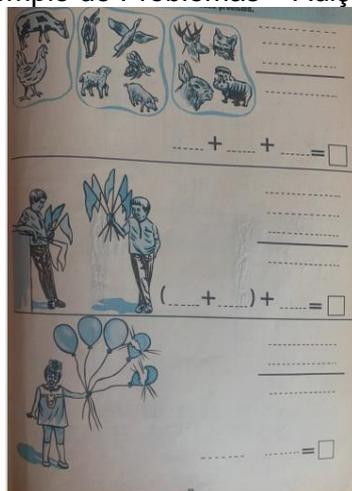


Fonte: Bezerra, Quintella e Silva (1967).

A última resolução de problema que foi possível identificar no vol. 1 possuiu um direcionamento para além do que apresentado [visto] na Figura 2, na Figura 3, na Figura 4 e na Figura 5.

Finaliza-se com a presença de três parcelas, tendo em vista que, anteriormente, foram abordadas simplesmente com duas. Ademais, observou-se a presença de parênteses, o que, de acordo com Bezerra, Quintella e Silva (1967), acabam sendo instrumentos que facilitam o processo de resolução da equação para a criança, como nota-se abaixo, na Figura 6.

Figura 6 – Exemplo de Problemas – Adição e Subtração



Fonte: Bezerra, Quintella e Silva (1967).

Em relação ao vol. 2 do livro de ensino: Iniciando a Matemática Moderna, o primeiro problema a ser resolvido encontra-se imerso no saber a ensinar adição e subtração, mais especificamente como operações inversas. O objetivo desse assunto, de acordo com Bezerra e Quintella (1969), era realizar um processo de fixação da



noção de subtração, além de proporcionar uma assimilação e uma fixação da nomenclatura dos termos da adição e subtração.

Por mais, ocorria uma espécie de revisão do saber a ensinar conjunto visto no vol. 1 (BEZERRA; QUINTELLA; SILVA, 1967), por exemplo: (i) reconhecimento de um conjunto; (ii) identificar elementos de um conjunto; (iii) conjunto vazio, entre outros, além de tratar a respeito da resolução de problemas sobre as seguintes operações matemáticas: adição e subtração.

A partir da Figura 7, Bezerra e Quintella (1969) apresentam situações em que as crianças devem ler, observar a gravura, escrever e complementar a equação. Por mais, como sinalizado anteriormente, nota-se que o estudante deverá recorrer a saberes a ensinar que se encontram inseridos no assunto de conjuntos para desenvolvimento (resolução) do problema, especialmente na Figura 7, na terceira faixa, no problema que contém 'micos', em que aparece o símbolo de união.

Figura 7 – Exemplo de Problemas – Adição e União

Pedrinho contou os pássaros que estavam na cerca da figura ao lado. Contou também os que ficaram comendo no terreno. Quantos pássaros contou ao todo?

$$6 + 7 = 13$$

Joãozinho formou 9 soldadinhos de brinquedo; sobraram 3, que ele também vai colocar em forma. Quantos soldadinhos ficarão formados?

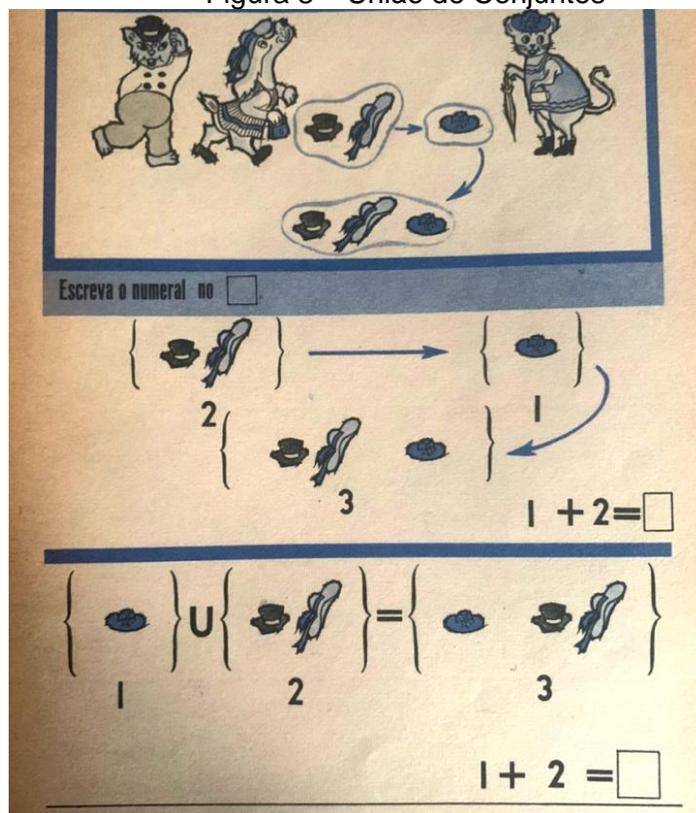
Observe a figura e escreva a equação.

Fonte: Bezerra e Quintella (1969).

Registra-se que anteriormente, no vol. 1, o assunto: 'União' teve o objetivo, de acordo com Bezerra, Quintella e Silva (1967), de proporcionar às crianças a possibilidade de realizarem a correspondência entre a união de conjuntos e a equação que traduz a adição. Em relação ao vol. 2, a partir do assunto em questão, apresentado anteriormente ao problema exposto na Figura 7, seria possível identificar exercícios que expõem a criança a noções de união de dois conjuntos, sendo que, a partir da seta, é possível observar, na Figura 8, nas primeiras gravuras, que representam a locomoção com intuito de obter a união. Em contrapartida, na última, apresenta-se o símbolo de união. Todavia, Bezerra e Quintella (1969) acabam recomendando que o professor consiga, de maneira didática, ensinar para a criança que adição e a união não são sinônimo mas, antes, que existem diferenças.



Figura 8 – União de Conjuntos



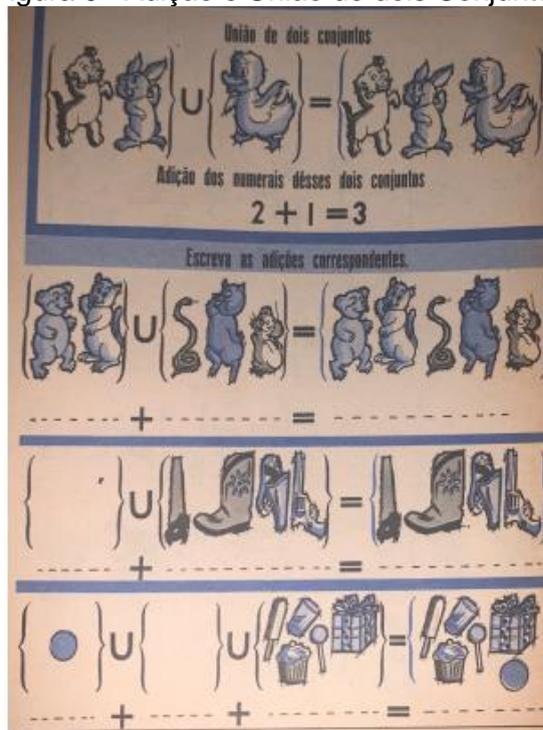
Fonte: Bezerra e Quintella (1969).

Para além de se ter uma retomada sobre o assunto 'União', como foi possível observar anteriormente, em relação às noções basilares, a sequência de ensino proposta por Bezerra e Quintella (1969) apresenta, como se observa na Figura 9, uma atividade a respeito da adição de números e a união de dois conjuntos, com a finalidade de a criança relacionar a união com a adição. Frisa-se que o docente, nesse processo de ensino e aprendizagem, deveria deixar, em todas as etapas, as crianças cientes de que a adição é relativa ao número de elementos de cada conjunto e, também, que podemos designá-las por numerais desses conjuntos. Corrobora-se, como apresentado pelo estudo de Domingues (2023), que os professores Manoel Jairo Bezerra e Ary Quintella iniciavam o processo de ensino partindo do concreto para, em seguida, apresentarem instrumentos semi-concretos, finalizando-se com o abstrato.

Por fim, abordar-se-ia a respeito da união e separação de conjuntos que, de acordo com Bezerra e Quintella (1969), tratar-se-ia da subtração como operação inversa da adição, focalizando-se na ideia de que a união só fundamenta a adição quando os conjuntos são disjuntos (Figura 10).

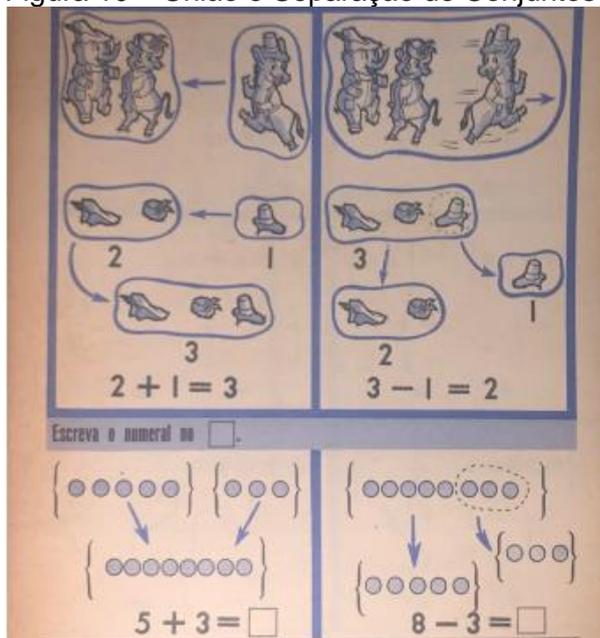


Figura 9– Adição e União de dois Conjuntos



Fonte: Bezerra e Quintella (1969).

Figura 10 – União e Separação de Conjuntos



Fonte: Bezerra e Quintella (1969).

O próximo problema que é proposto para as crianças resolverem envolve o sistema monetário.

Primeiramente, antes de se adentrar no tema, os discentes seriam apresentados às novas e às antigas moedas, intercalando-se com as notas ainda em uso com o respectivo carimbo de novo valor. Para além do saber a ensinar conjuntos, é possível identificar a presença do assunto matemático 'relação de equivalência' que, de acordo com o Domingues e Coradini (2022), é um elemento propício para



demonstrar que havia um diálogo e uma apropriação do ideário do Movimento da Matemática Moderna.

Todavia, Bezerra e Quintella (1969) propõem aos professores que as crianças deveriam, no processo de ensino e aprendizagem, serem bem instruídas a respeito do reconhecimento e da utilização do sistema monetário brasileiro, o que seria feito por meio da realização de exercícios e problemas que poderiam refletir nas situações presentes no cotidianos dos discentes, como pode ser visto na Figura 11.

Figura 11 – Resolução de Problema – Sistema Monetário

Joaozinho tem 20 centavos e Pedrinho tem 30 centavos.
Quantos centavos têm os dois juntos?

Resposta: _____

Carlos comprou um livro de NCr\$ 4,00.
Pagou com a nota ao lado. Quanto recebeu de troco?

Resposta: _____

Mamãe comprou meia dúzia de laranjas.
Cada laranja custou 30 centavos.
Quanto mamãe pagou pelas laranjas?

Resposta: _____ cruzeiro novo e ... centavos

Fonte: Bezerra e Quintella (1969).

Por fim, a partir da apresentação dos saberes a ensinar das operações fundamentais matemáticas, as quais Bezerra e Quintella (1969) pontuam que o professor, antes de adentrar e expor as atividades a respeito da temática (em especial a resolução de problemas), deveria realizar uma exposição de forma análoga em relação aos saberes antecedentes, a saber: contagem; sistema monetário brasileiro; e, sistema legal das unidades de medidas.

Antes da resolução de equações, que tinha o intuito de permitir à criança escrever a equação e apresentar a resposta, Bezerra e Quintella (1969) sinalizam que os estudantes deveriam realizar alguns cálculos da operação de subtração, para, assim, realizarem a solução de alguns problemas, como pode ser visto na Figura 12. Todavia, os cálculos deveriam ser realizados em um caderno. Neste sentido, levanta-se a hipótese de que não poderia ser utilizado o raciocínio lógico e/ou cálculo mental, existindo a necessidade de se utilizar da maneira tradicional de se calcular para compreender como se obteve aquele resultado.



Figura 12 – Resolução de Problema - Subtração

Subtração:

$\begin{array}{r} 45 \\ 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 245 \\ 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4.325 \\ 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} 327 \\ 18 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4.386 \\ 59 \end{array}$
$\begin{array}{r} 874 \\ 478 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6.931 \\ 245 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8.320 \\ 689 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7.328 \\ 1.109 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9.900 \\ 8.135 \end{array}$
$\begin{array}{r} 6.423 \\ 2.865 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5.430 \\ 4.651 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3.000 \\ 1.968 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4.005 \\ 2.126 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2.106 \\ 1.839 \end{array}$

Leia cada problema. Escreva a equação. Dê a resposta.

1. Joãozinho comprou um caderno por NCr\$ 1,00. Deu uma nota de NCr\$10,00 para pagar. Resposta: Quanto recebeu de troco?

2. Estamos no ano de 1968. Resposta: Quantos anos faltam para chegarmos ao ano 2000?

3. Mamãe tem NCr\$ 1.635,00. Papai tem NCr\$ 2.500,00. E vovô tem NCr\$ 480,00. Resposta: Quanto possuem os três juntos?

Fonte: Bezerra e Quintella (1969).

Em seguida, o mesmo processo que ocorreu anteriormente, na operação matemática de subtração, ocorre também na multiplicação. Porém, os catedráticos do Instituto de Educação da Guanabara, Bezerra e Quintella (1969), possuem inclinação para prática da operação em questão com o multiplicador até 5, para, assim, se ter a resolução de problemas que serão contemplados na operação matemática de multiplicação, como é possível observar na Figura 13.



Figura 13 – Resolução de Problema - Multiplicação

Multiplique :

$\begin{array}{r} 5 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 36 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 127 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.489 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4.560 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 400 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.400 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2.356 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.789 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3.057 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 1.234 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2.006 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.968 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2.075 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.945 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 1.000 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.206 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.037 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.580 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.439 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$

Leia cada problema. Escreva a equação. Dê a resposta.

Pedrinho tem 5 envelopes com figurinhas.
Cada envelope tem 20 figurinhas. Quantas figurinhas ao todo?
Resposta:

Mamãe comprou 4 dúzias de laranjas.
Quantas laranjas comprou mamãe?
Resposta:

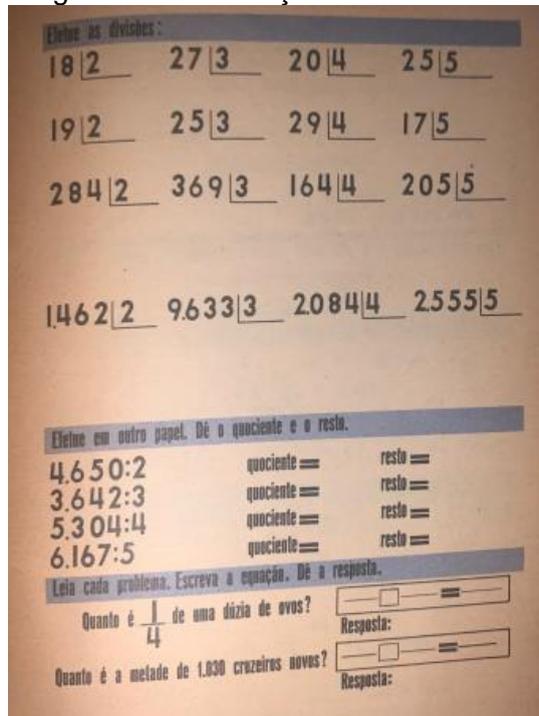
José tem 1.546 cruzeiros novos.
Alberto tem o triplo de José.
Quanto tem Alberto?
Resposta:

Fonte: Bezerra e Quintella (1969).

Por fim, finaliza-se com a operação de divisão, que corrobora com todos os processos de ensino e aprendizagem que foram apresentados anteriormente, para assim, ser utilizado pelos alunos na resolução de problemas, como observado na Figura 14. Doravante, todos cálculos multiplicativos e de divisão não deveriam ser utilizados e realizados no livro de ensino, porém, deveriam ser apresentados os processos que realizaram para obtenção daquele resultado.



Figura 14 – Resolução de Problema - Divisão



Fonte: Bezerra e Quintella (1969).

Em linhas de síntese, na operação matemática de divisão, em relação a resolução de problemas, observou-se que o estudante deveria possuir entendimento dos números fracionários, uma vez que aparece a seguinte representação: $\frac{1}{4}$.

Registra-se que, por exemplo, a partir do estudo desenvolvido por Domingues (2022), o autor Manoel Jairo Bezerra sistematizou o ensino de fração a partir da compreensão de que “[...] acaba sendo concebido como a representação de um número racional, no qual há uma focalização na ideia de unidade (do todo para as partes)” (DOMINGUES, 2022a, p. 83).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo teve o objetivo de investigar a presença da resolução de problemas, em tempos do ideário da Matemática Moderna, a partir das produções de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra. Buscou-se responder à seguinte questão: Como a resolução de problemas se faz presente nos livros de ensino: Iniciando a Matemática Moderna vol. 1 e vol. 2?

Inicialmente, as resoluções de problemas direcionam para as noções matemáticas por meio de equações, corroborando-se, em especial, com o currículo desenvolvido pela Secretaria de Educação do Estado da Guanabara para as práticas de desenvolvimento da escrita da equação de um problema.

Diante disso, tendo em vista que a dificuldade dos problemas aumentariam progressivamente, do fácil para o difícil, haveria o emprego de equações na resolução de problemas com a finalidade de proporcionar a tradução de um texto e/ou histórias



por expressões de cunho matemáticos.

Além do mais, o emprego das referidas equações visa proporcionar a realização, por parte das crianças e dos estudantes, da construção de uma equação, com o intuito de obter o resultado (solução) do problema que é proposto.

Em linhas de síntese, é possível observar o direcionamento e a utilização do saber para ensinar resolução de problemas para os seguintes saberes a ensinar: sistema monetário, contagem, sequências, equações, inequações, entre outros saberes a ensinar, havendo uma focalização nas operações matemáticas, como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão.

REFERÊNCIAS

BERTICELLI, Danilene Gullich Donin. **Cálculo mental no ensino primário (1950-1970): um olhar particular para o Paraná**. 2017. 157 f. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2017.

BERTINI, Luciane de Fátima; MORAIS, Rosilda dos Santos; VALENTE, Wagner Rodrigues. **A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: novos estudos para a formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BEZERRA, Manoel Jairo. **Guia Metodológico para Caderno MEC Matemática**. Fundação Nacional de Material Escolar/ Ministério da Educação e Cultura, Rio de Janeiro, 1970.

BEZERRA, Manoel Jairo. **Didática Especial de Matemática**. Rio de Janeiro: MEC/CADES, 1962a.

BEZERRA, Manoel Jairo. **O material didático no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: CADES, 1962b.

BEZERRA, Manoel Jairo; QUINTELLA, Ary. **Iniciando a Matemática Moderna - vol. 2**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1969.

BEZERRA, Manoel Jairo; QUINTELLA, Ary; SILVA, Maria Helena. **Iniciando a Matemática Moderna - vol. 1**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1967.

BÚRIGO, Elisabete Zardo. Modern mathematics in Brazil: the promise of democratic and effective teaching. **The International Journal for the History of Mathematics Education**, v. 4, n. 1, p. 29-41, 2009.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v.30, n.3, p. 549-566, set./dez. 2004.

CONCEIÇÃO, Antônio Robert Chagas. **O Cálculo mental para ensinar: uma análise de produções de Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995**. 2021. 98 f. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo.



DE CERTEAU, Michel. **A Escrita da História**. Rio de Janeiro: Forense-Universitária, 2017.

DOMINGUES, Jonathan Machado. Um estudo sobre os saberes para ensinar fração no livro “Iniciando Matemática Moderna – vol. 2”, de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 10, n. 28, p. 1–22, 2023.

DOMINGUES, Jonathan Machado. **Os saberes matemáticos sistematizados por Manoel Jairo Bezerra no acessório de ensino Blocofração, 1950-1970**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2022.

DOMINGUES, Jonathan Machado.; CORADINI, Carla. Lucienne Félix e a Estrutura Matemática. **Anais do ENAPHEM - Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática**, n. 6, 2022.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo, SP: Atlas, 2002.

KRIPKA, Rosana Maria Luvezute; SCHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa de Lara. Pesquisa documental na pesquisa qualitativa: conceitos e caracterização. **Revista de investigaciones UNAD**, v. 14, n. 2, p. 55-73, 2015.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Oito temas sobre História da Educação Matemática. **REMATEC**, v. 8, n. 12, p. 22-50, 2013.

VILLELA, Lucia Maria Aversa. **GRUEMA: uma contribuição para a história da educação matemática no Brasil**. 2009. 223 f. Tese de Doutorado, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.

Recebido em: 05/01/2023

Aceito em: 10/04/2023